



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

INSTITUTO DE FÍSICA "LUIS RIVERA TERRAZAS"

"MATERIA GRANULAR SUMERGIDA"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORA EN CIENCIAS
(EN LA ESPECIALIDAD DE CIENCIA DE
MATERIALES)

PRESENTA:
ANDREA MARGARITA CERVANTES ALVAREZ

ASESOR:
DR. FELIPE PACHECO VÁZQUEZ

AGOSTO DE 2020

©2020 - Andrea Margarita Cervantes Alvarez

Derechos Reservados

Agradecimientos

Quiero agradecer especialmente al Dr. Felipe Pacheco por permitirme trabajar en su laboratorio *Grainslab*, por compartir toda su experiencia y pasión por la física, por ser la guía de este trabajo y sobretodo por brindarme su confianza, paciencia y amistad. También a los revisores de tesis por sus aportaciones para la mejora de este trabajo y por el seguimiento en el desarrollo de esta investigación durante todo el doctorado. Agradezco también a los profesores del Instituto que fueron parte importante de mi formación en el posgrado.

De manera muy importante agradezco a mis padres por su confianza, ejemplo y apoyo. A mis hermanos por animarme a continuar en este camino y por su ayuda. A Juan de Dios por su compañía y palabras de aliento en todo momento. A mis amigos con quienes tuve la fortuna de coincidir en la maestría, Mary, Miguel, Carlos y Pablo, con quienes he compartido muchos momentos importantes en nuestro paso por el Instituto. A mis compañeros de laboratorio, especialmente a Yesica por compartir experiencias y brindarme su amistad. A todos mis amigos que a pesar de la distancia siempre están conmigo, me apoyan y han seguido mi trayectoria durante el posgrado. Finalmente gracias a Conacyt por la beca de doctorado que me permitió desarrollar este trabajo de investigación.

*Dedicado a
mis padres, Margarita y Fernando*

Materia granular sumergida

Resumen

El estudio de materiales granulares sumergidos en un líquido se ha abordado sistemáticamente solo durante las dos últimas décadas. Debido a ello, existen cuestiones relevantes sobre su dinámica que solo han sido abordadas con sistemas granulares secos (embebidos en aire). En esta tesis se presentan experimentos en los que se estudian los efectos de tener granos sumergidos en un medio cuyas interacciones hidrodinámicas no pueden ser despreciadas. En el primer experimento se analiza la descarga simultánea de una mezcla de granos y agua a través de una abertura en el fondo del silo que los contiene. Se varió el tamaño de grano y el tamaño de la abertura y se determinó cómo cambia el flujo en función de estas variables. Los resultados fueron comparados con los casos clásicos de descarga de granos secos y descarga de un líquido. Se propuso un modelo que describe la descarga simultánea de granos y líquido aplicando la ley de Darcy a un medio poroso en movimiento. Se encontró que la razón de flujo es determinada por la competencia de la presión hidrostática y la resistencia hidrodinámica del medio, la cual a su vez depende del diámetro del grano.

La segunda serie de experimentos se enfoca en el proceso de atrapamiento de aire y formación de burbujas durante el impacto y penetración de un chorro de granos en un contenedor con agua. Cuando un chorro de pequeños granos de sílica impacta la superficie del líquido deforma la interfase aire-agua, y produce arrastre de aire en el espacio intersticial existente entre los granos del chorro. El aire arrastrado genera burbujas en forma similar a lo que sucede cuando un chorro de agua penetra en agua, pero en este caso las burbujas emergen cubiertas de granos adheridos a la superficie por puentes capilares. A estas estructuras les denominamos *burbujas granulares*. En este experimento se varió el tamaño de grano, la altura de impacto, así como la tensión superficial y la viscosidad del líquido. Se encontró que la formación y tamaño de las burbujas granulares depende del tamaño de grano y de la tensión superficial del líquido principalmente debido a una competencia entre la fuerza capilar cohesiva, la presión de Laplace y el peso de las partículas. Se observó que la cantidad de aire atrapado en estas burbujas es directamente proporcional a la cantidad de granos vertidos. Además se observó que la capa de granos que cubre la burbuja impide

la coalescencia de burbujas por lo cual estas estructuras son muy estables. Para partículas menores a $300 \mu\text{m}$, la fuerza capilar es dominante y pueden sobrevivir por varias horas, en comparación con burbujas de aire que coalescen en milisegundos.

Finalmente, se estudió el impacto de un proyectil en un medio granular sumergido y se determinó que, a diferencia de impactos en materia granular seca, la morfología del cráter generado es difícil de caracterizar debido al efecto de la turbulencia del fluido inducida por el proyectil, el cual modifica su superficie radicalmente.

Submerged granular matter

Abstract

The study of submerged granular materials in a liquid has been systematically performed only during the last two decades. Because of this, there are relevant questions about its dynamics that have only been analyzed with dry granular systems (embedded in air). In this thesis, we present experiments focused on the dynamics of grains submerged in a liquid, where the hydrodynamic interactions can not be neglected. In the first experiment, we analyzed the simultaneous discharge of a mixture of grains and water through an orifice in the bottom of a silo. The grain size and the size of the orifice were varied, these two variables determined how the flow changes. The results were compared to classic cases of discharge of dry grains and discharge of a liquid. A model describing the simultaneous discharge of grains and liquid was proposed applying Darcy's law to a porous medium in relative motion with the grains. The flow rate was found to be determined by the competition of the hydrostatic pressure and the hydrodynamic resistance of the medium, which depends on the grain diameter. The second series of experiments focuses on the process of trapping air and formation of granular bubbles during the impact and penetration of a jet of grains into a container with water. When a jet of small grains of silica impacts the surface of the liquid, the grains deform the air-water interface and produce air entrainment in the interstitial space among them. The entrained air generates bubbles as the well known case of a water jet entering water, but in this case liquid bridges are formed that keep the grains attached to the surface of the bubble, we call this structure *granular bubble*. In this experiment the grain size, the impact height, as well as the surface tension and liquid viscosity were varied. It was found that the formation of granular bubbles depends on the grain size and the surface tension of the liquid mainly, due to a competition between cohesive capillary force, Laplace pressure, and particle weight. It was observed that the amount of air trapped in these bubbles is directly proportional to the amount of grains poured. The layer of grains that cover the bubble prevents coalescence of bubbles, and for this reason these structures are very stable. For particles less than $300 \mu\text{m}$, the capillary force is dominant and the bubbles can survive for several hours, in comparison to air bubbles that coalesce in milliseconds.

Finally, the impact of a projectile on a submerged granular medium was studied

and it was determined that, unlike impacts on dry granular matter, the morphology of the generated crater is substantially modified by the impact due to the fluid turbulence induced by the projectile. For this reason, determining the crater size dependence on the impact energy is not possible as in the case of impacts in dry sand.

Contenido

1	Introducción	1
1.1	Materia granular	1
1.2	Materia granular mojada	3
1.2.1	Fuerzas cohesivas y puentes capilares	4
1.2.2	Clasificación de materia granular mojada	7
1.2.3	Flujo en medios porosos	10
1.2.4	Longitud capilar	12
2	Descarga simultánea de granos y líquido de un silo	15
2.1	Antecedentes	15
2.1.1	Descarga de granos secos desde un silo	15
2.1.2	Descarga de silos sumergidos	18
2.2	Descarga simultánea de granos y líquidos	18
2.3	Diseño experimental	21
2.4	Resultados	24
2.4.1	Descarga de granos secos y agua	25
2.4.2	Descarga simultánea	26
2.5	Discusión	36
2.6	Conclusiones	38
3	Atrapamiento de aire y burbujas granulares generadas por un chorro granular impactando en agua	40
3.1	Antecedentes	40
3.1.1	Atrapamiento de partícula, química de superficies y estabilidad de encapsulados	44
3.2	Diseño experimental	47
3.3	Resultados	51
3.3.1	Atrapamiento de aire	51
3.3.2	Formación de burbujas granulares	53
3.4	Discusión	57
3.4.1	Unión partícula-burbuja	57
3.4.2	Tamaño máximo y estabilidad de las burbujas granulares	59
3.4.3	Dinámica de las burbujas granulares	62

3.5 Conclusiones	64
4 Impacto de un proyectil en un medio granular sumergido	66
4.1 Antecedentes	66
4.2 Diseño experimental	70
4.3 Resultados	70
5 Conclusiones	76
A Números adimensionales	78
B Ecuación de Janssen	81
C Publicaciones y participación en eventos	83
Bibliografía	87

Capítulo 1

Introducción

1.1 Materia granular

Un material granular es un conjunto de sólidos discretos los cuales están en contacto la mayor parte del tiempo. Debido al tamaño de los granos (diámetro $\gtrsim 1 \mu\text{m}$) el movimiento Browniano puede ser despreciado. Un medio granular puede exhibir propiedades semejantes a las de un sólido, un fluido o incluso un gas, dependiendo de que tipo de fuerzas actúen sobre él [1]. Además, la materia granular disipa rápidamente la energía debido a la fricción entre las partículas [2]. Los seres humanos utilizamos en la vida diaria materia granular, por ejemplo los granos que son base de la alimentación como arroz, frijol, cereales, sal, azúcar, etc. También los detergentes, los materiales para construcción como grava, arena y cementos. Los medios granulares pueden ser secos, como la arena del desierto, o estar inmersos en algún líquido, por ejemplo la arena que se encuentra en el fondo del mar, cuando se forman lodos, en el lavado masivo de granos y en la elaboración de cerveza.

La física que gobierna el comportamiento de la materia granular se aplica para objetos cuyas dimensiones cubren varios órdenes de magnitud, desde granos de algunas micras hasta *icebergs* flotando a la deriva en los mares polares. También se consideran conglomerados granulares los anillos de Saturno, que están formados de partículas de hielo de alrededor de 1 cm distribuidas en una banda de aproximadamente un kilómetro de espesor. Así, el estudio de la materia granular cubre al menos doce órdenes de magnitud [2]. En la figura 1.1 se pueden observar algunos medios granulares. De acuerdo a las características de los granos se puede hacer una clasificación. Un *polvo* se compone de partículas menores a $100 \mu\text{m}$ de diámetro, donde se incluyen polvos granulares (10-100

μm), polvos superfinos (1-10 μm) y polvos hiperfinos (0.1-1 μm). En un *sólido granular* el tamaño de los gránulos está en un rango de (100-3000 μm). Mientras que en un *sólido fragmentado* el diámetro de la mayoría de las partículas es mayor de 3 mm. Los agregados usados para hacer concretos ordinarios están dentro de esta categoría, también las rocas cuando se deslizan [2] .



Figura 1.1: Algunos ejemplos de materia granular. Meteoritos en los anillos de Saturno [3], semillas [4] , icebergs flotando en los océanos [5] , dunas de arena [6].

Las propiedades de medios granulares dependen en primera instancia de la naturaleza de las interacciones entre las partículas, pero también de las interacciones entre las partículas y el ambiente. Las partículas sólidas típicamente se encuentran en un ambiente gaseoso (usualmente aire) o en un líquido. Cuando la influencia del ambiente puede despreciarse, comúnmente se dice que se tiene *materia granular seca*. De otra manera el sistema es más complejo y exhibe una variedad de comportamientos dependiendo del medio involucrado. Este campo de estudio engloba un amplio rango de medios, como pastas, lodos hasta medios porosos [2]. En la práctica, la ciencia de materia granular seca se limita a sólidos granulares y agregados. Los sistemas de partículas como suspensiones o medios fluidizados, en los cuales predominan las interacciones con sus alrededores, son excluidos.

1.2 Materia granular mojada

Hay factores que influyen de forma importante en la dinámica de un medio granular, uno de ellos es la humedad, que básicamente es la cantidad de vapor de agua presente en el aire. Un ambiente húmedo puede causar serios cambios, creando aglomerados de partículas que son más o menos móviles. Se sabe que la arena mojada es más cohesiva que la arena seca. En un medio granular húmedo entre más pequeñas son las partículas, la perturbación debido a la humedad es mayor, ya que las fuerzas capilares tienden a ser del mismo orden de magnitud que las fuerzas gravitacionales, que son las que comúnmente determinan la dinámica de las partículas [2].

Cuando un material granular es mezclado con cierta cantidad de líquido, las propiedades mecánicas cambian completamente debido a que las interacciones con el medio intersticial ya no pueden despreciarse. La tensión superficial del líquido otorga considerable rigidez al material granular, lo que permite formar estructuras resistentes, por ejemplo montículos hechos por hormigas y castillos de arena, véase figura 1.2. La geometría del líquido dentro del medio granular es de extraordinaria complejidad y varía fuertemente con la cantidad de líquido. Schell *et. al.* mostraron que las propiedades mecánicas del material son independientes de la cantidad de líquido en un amplio rango [7].

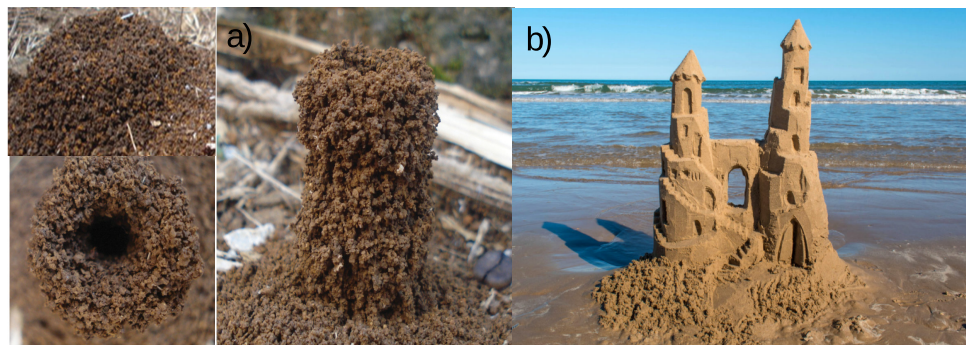


Figura 1.2: Estructuras hechas con medios granulares húmedos. (a) Torre construida por hormigas, mostrando la fase inicial, vista superior y vista frontal, figura tomada de referencia [8]. (b) Castillo de arena, fotografía tomada de [9].

1.2.1 Fuerzas cohesivas y puentes capilares

Un líquido es un estado condensado en el cual las moléculas se atraen unas a otras. Una molécula que está en medio del líquido interactúa con todas las moléculas vecinas y encuentra un estado estable, en contraste, una molécula que permanece en la superficie pierde la mitad de sus interacciones cohesivas y está en un estado inestable, véase la figura 1.3. Esta es la razón fundamental del porqué un líquido ajusta su forma con el fin de exponer la menor área superficial posible y así minimizar la energía libre.

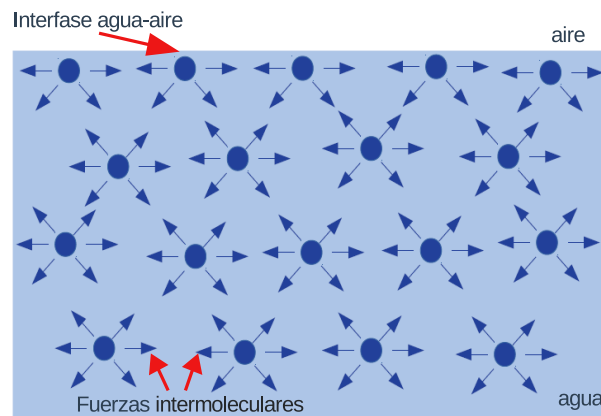


Figura 1.3: Esquema que describe las fuerzas intermoleculares en la interfase aire-agua y en el volumen. En la interfase aire-agua la ausencia de simetría genera efectos de tensión superficial.

Cuando una molécula de líquido está confinada a la superficie, la molécula está en un estado de energía inestable. Si la energía de cohesión dentro del líquido por molécula es U , una molécula en la superficie tiene una energía aproximadamente $U/2$. La tensión superficial es una medida directa de este déficit de energía por unidad de área superficial. Si a es el tamaño de una molécula y a^2 es el área expuesta, la tensión superficial σ es del orden de $\sigma \cong U/2a^2$ [10]. La energía superficial entre dos líquidos no miscibles se caracteriza por una tensión interfacial σ .

La tensión superficial da origen a una diferencia de presión entre el interior y el exterior de gotas y burbujas. Esta diferencia de presión tiene múltiples consecuencias. Por ejemplo gotas pequeñas pueden coalescer con gotas más grandes en una emulsión y serían las primeras en evaporarse durante la fase de enfriamiento en un aerosol. Esta diferencia

de presión también explica la adhesión capilar.

Cuando se pasa a través de una superficie o interfase curva, ocurre un cambio en la presión. El *Teorema de Laplace* nos dice que:

El cambio en la presión hidrostática Δp que ocurre al atravesar la frontera entre dos fluidos es igual al producto de la tensión superficial σ y la curvatura de la superficie $C = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = \sigma C, \quad (1.1)$$

donde R y R' son los radios de curvatura de la superficie.

Para una esfera de radio R , por ejemplo una gota de aceite en agua, esta diferencia de presión está dada por:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}. \quad (1.2)$$

La capilaridad es el estudio de interfases entre dos líquidos inmiscibles o entre líquido y aire. Dado que las superficies son deformables, estas pueden cambiar su forma para minimizar su energía superficial.

Cuando dos superficies mojadas están en contacto, estas pueden pegarse si el ángulo de contacto θ_C entre el líquido y la superficie es $\theta_C < \frac{\pi}{2}$ [10]. Si se coloca una gota de líquido entre dos superficies planas separadas una distancia H , véase figura 1.4, la gota forma un *punte capilar*, caracterizado por un radio R y un área superficial $A = \pi R^2$. La diferencia de presión entre el interior y el exterior de la gota es [10]:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos\theta_C}{H/2} \right) \approx \frac{2\sigma \cos\theta_C}{H}. \quad (1.3)$$

La fuerza que mantiene a las dos superficies juntas es atractiva cuando se cumple la condición $\theta_C < \frac{\pi}{2}$. Si $H \ll R$ es igual a:

$$F = \pi R^2 \frac{2\sigma \cos\theta_C}{H}. \quad (1.4)$$

Calcular la fuerza capilar que mantiene dos esferas mojadas en contacto no es trivial, se han propuesto diversos métodos para evitar las dificultades asociadas con resolver la ecuación de Young-Laplace. El más simple es conocido como el *método de polea*, porque el contorno del menisco es aproximado por una polea en el plano tangente a las dos partículas, véase figura 1.5, la polea tiene un radio interno r_1 , y un radio externo (el del canal) r_2 . Esta aproximación da una expresión para la fuerza capilar de la forma:

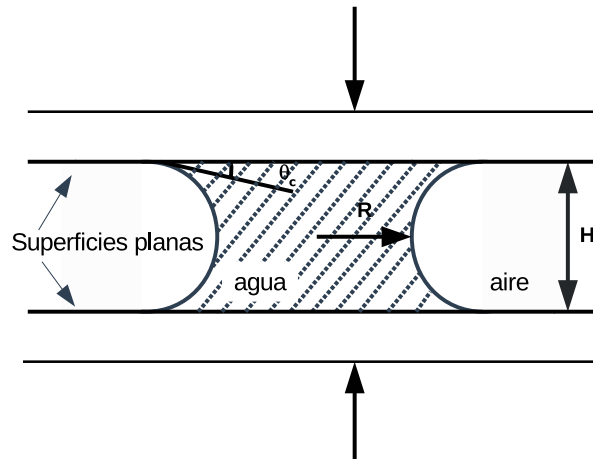


Figura 1.4: Adhesión capilar entre dos placas debido a una gota. H es la distancia de separación entre las placas, la gota entre las placas forma un puente capilar de radio R .

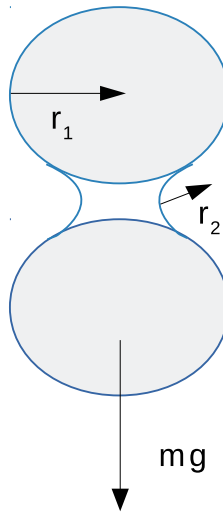


Figura 1.5: Esferas en contacto por el menisco.

$$F_c = \pi \sigma r_2 \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right), \quad (1.5)$$

donde σ es la tensión superficial de la interfase aire-líquido. Se asume que cuando el peso de la esfera inferior es igual a la fuerza capilar, el radio del líquido es alguna fracción α del

radio de las partículas, o $r_2 \approx \alpha r_1$ y la razón r_2/r_1 es del orden de 5. Esta aproximación da un resultado correcto dentro del orden de magnitud, dado por:

$$r_1 \approx \sqrt{\frac{4\alpha\sigma}{g\rho_p}}, \quad (1.6)$$

donde ρ_p es la densidad de las partículas y la tensión superficial del aire-líquido es $\sigma = 72 \times 10^{-3} \text{N/m}$. Como un ejemplo, si se aplica a esferas de vidrio $\rho_p \approx 2.6 \text{ g/cm}^3$ la ecuación 1.6 sugiere que las esferas permanecerán juntas para diámetros por encima de 1 mm cuando $\alpha = 1$, es decir cuando $r_2 = r_1$. Con un puente capilar de radio menor al radio de la partícula, $\alpha = 0.01$, el diámetro de las partículas no debe exceder $100 \mu\text{m}$ para que las esferas permanezcan unidas mediante el puente capilar. [2] .

1.2.2 Clasificación de materia granular mojada

La materia granular mojada, dependiendo de la cantidad de líquido contenido en el espacio intersticial, se ha clasificado en cuatro regímenes [11]:

- Pendular: en este régimen las partículas permanecen juntas por puentes líquidos en sus puntos de contacto.
- Funicular: algunos intersticios están completamente saturados de líquido, pero aún hay algunos que permanecen con aire.
- Capilar: todos los espacios vacíos entre las partículas están ocupados por líquido, pero la superficie líquida retrocede dentro de los intersticios bajo la acción de la capilaridad.
- Inmerso: los granos están completamente inmersos en líquido y la superficie del líquido es convexa, es decir, no hay ninguna acción de capilaridad en la superficie.

Kudrolli en 2008 [12] propuso una clasificación tomando los resultados de Scheel *et. al* [7], en donde a medida que aumenta la cantidad de líquido en los granos, se pasa por los diferentes regímenes. Como se observa en la figura 1.6, a manera de ejemplo, cuando los granos están secos no hay cohesión. A pequeñas fracciones de volumen de líquido se forman puentes líquidos entre granos cerca de puntos de contacto entre ellos, al incrementar la fracción de volumen se forman puentes líquidos que inducen cohesión entre granos, este régimen es parcialmente saturado y existe una triple interfase aire-agua-grano. A fracciones de

volumen un poco más grandes, los puentes líquidos se unen para formar dímeros, tetrámeros y pentámeros. A fracciones de volumen mayores se forman grandes aglomerados contiguos. En el régimen inmerso el espacio entre granos está completamente saturado con líquido, solo hay dos fases líquido-sólido y la cohesión se puede despreciar nuevamente [12].

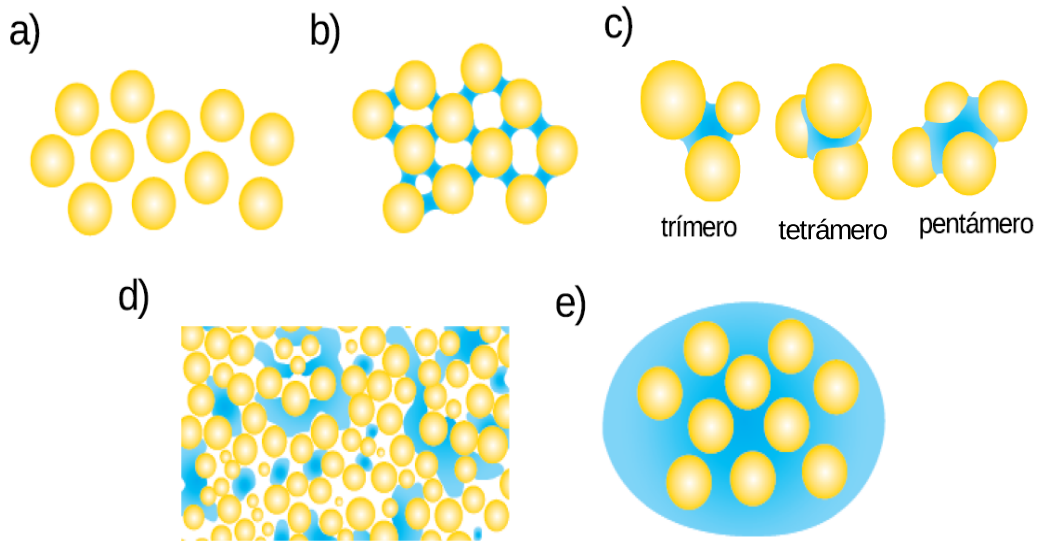


Figura 1.6: Distintos regímenes dependiendo de la cantidad de líquido. (a) granos secos, (b) parcialmente saturado, (c) formación de estructuras como dímeros, tetrámeros y pentámeros, (d) grandes fracciones de volumen de líquido, formación de clústeres, (e) inmerso, completamente saturado de líquido . Figura tomada de la referencia [12].

Con la ayuda de microtomografía de rayos X, en [7] se encontró que la insensibilidad de las propiedades mecánicas a la cantidad de líquido es debido a la particular organización del líquido dentro de la estructura. Para granos esféricos, establecieron una simple regla geométrica, la cual relaciona las propiedades macroscópicas con las morfologías líquidas internas. Al mismo tiempo se encontró que este concepto también es válido para partículas no esféricas [7].

La cohesividad causa atascos en el flujo de materia granular, incluso para granos secos. Se sabe que si se tiene materia granular en una caja, los granos no fluyen hasta que se excede cierto ángulo de inclinación, este ángulo es llamado ángulo de estabilidad, véase figura 1.7, el cual depende de las propiedades de fricción y el empaquetamiento de la materia

granular. Sin embargo, si la materia está en movimiento, puede relajarse a un ángulo menor que es llamado ángulo de reposo (la existencia de este ángulo se debe a una menor fricción cinética comparada con la fricción estática entre las partículas y otros efectos dinámicos). La histéresis observada puede ocurrir debido que hay muchos estados metaestables por encima del ángulo de reposo en los cuales el sistema puede quedar atrapado [13].



Figura 1.7: Ángulo de estabilidad y ángulo de reposo en un montículo de granos secos [13].

Hornbaker *et. al.* cuantificaron el efecto de añadir pequeñas cantidades de líquido en un medio granular, al agregar pequeñas cantidades de líquido que formaban películas nanométricas en la superficie de granos milimétricos, encontraron que el ángulo de reposo crece linealmente con la cantidad de líquido hasta el punto en que hay aglomeración [14]. En arena seca el ángulo de reposo es determinado por la forma de los granos y la fricción. Con granos mojados, las fuerzas atractivas debidas a los puentes líquidos intersticiales aumentan la estabilidad de la superficie de las partículas, y por tanto, del ángulo de reposo. En medios granulares, un líquido intersticial puede alterar en muchos aspectos la dinámica del material, por ejemplo, la formación de patrones, auto-organización y segregación, exhibiendo nuevos fenómenos físicos que no se encuentran en materia granular seca. [14]

Dentro del estudio de materia granular mojada, Pacheco-Vázquez *et. al.* estudiaron la formación espontánea de torres granulares producidas cuando arena seca es vertida en un medio granular mojado. Los granos secos quedan atrapados y se mojan debido a la ascensión capilar del líquido a través de los granos, dando como resultado torres delgadas estables [8]. La máxima altura alcanzada por una torre está ligada al límite de flujo de agua dentro de la estructura y fijada por su fracción de volumen. En este caso deben satisfacerse condiciones mecánicas adicionales, las fuerzas cohesivas deben balancear el peso

de la estructura y el impulso provisto por los granos que impactan. Este límite mecánico es fijado por el contenido de líquido local del medio granular. El colapso de una torre ocurre cuando el peso de ésta supera las fuerzas cohesivas en su base.

En los sistemas anteriores se estudia cómo la fracción de volumen de líquido afecta las propiedades mecánicas debido a la cohesión inducida en el medio granular. En el régimen inmerso los granos están completamente sumergidos en líquido, es decir, se tiene una mezcla de los dos medios. Si se desea estudiar el flujo de líquido entre los granos, el medio granular se comporta como un medio poroso, donde los poros son el espacio intersticial entre los granos a través de los cuales el líquido fluye. A continuación se presentará la teoría utilizada para estudiar el flujo a través de un medio poroso.

1.2.3 Flujo en medios porosos

Si se considera el flujo de un líquido a través de un medio granular, véase figura 1.8, la cama granular es análoga a un grupo de tubos capilares paralelos a la dirección del flujo y con un diámetro d tal como un medio poroso. Debido a esto, empezaremos hablando de la ley de Darcy que describe este fenómeno.

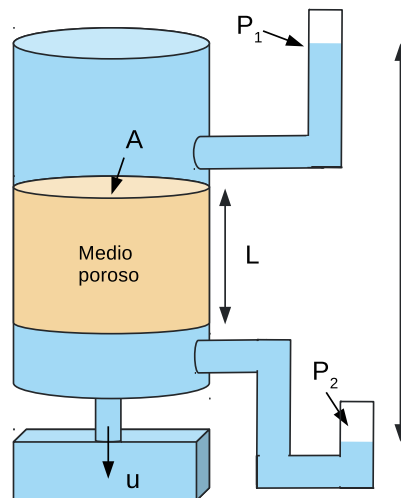


Figura 1.8: Flujo de un líquido a través de una cama granular de grosor L y área A .

La ley de Darcy propone una ecuación fundamental para la permeabilidad, es empírica y esta basada en mediciones de flujo de agua a través de arena [15], la ecuación

es:

$$u = K \frac{\Delta p}{L}, \quad (1.7)$$

donde u es la velocidad medida del fluido, Δp es la diferencia de presión y L es el grosor de la cama granular (figura 1.8), K es la permeabilidad o coeficiente de permeabilidad. El flujo de un líquido a través de un medio poroso ha sido ampliamente estudiado, por lo cual la ecuación de Darcy ha sufrido varias modificaciones a lo largo del tiempo. A continuación se citarán algunas de ellas:

Dupuit [15] discute la razón del porqué la velocidad real u del fluido debía ser menor. Si el espacio de los poros en la cama se considera que está distribuido equitativamente, la porosidad de una cama de grosor infinitesimal normal a la dirección del flujo, sería igual a la porosidad ϵ de la cama como un todo, entonces para esta capa la fracción de volumen libre sería igual a la fracción de área libre, la velocidad real del flujo debería ser $\frac{u}{\epsilon}$. Así la ecuación de Darcy se puede escribir como:

$$u = \epsilon \cdot K \frac{\Delta p}{L}. \quad (1.8)$$

Slichter tomó en cuenta por primera vez [15] que en un medio granular de esferas se forman canales, y derivó expresiones para representarlos, en términos de la porosidad y el tamaño de partícula. Posteriormente aplicó un término de corrección de la ley de Poiseuille para fluidos a través de canales de sección transversal triangular y calculó la permeabilidad de la cama, proponiendo la siguiente ecuación:

$$u = 20 \frac{d^2}{K_2 \eta} \frac{\Delta p}{L}, \quad (1.9)$$

donde K_2 es una función de ϵ y η es la viscosidad del fluido.

Una desventaja de la ecuación de Slichter es que consideró un empaquetamiento general para las esferas, más tarde Darapsky mostró que eso era imposible [15], él hizo un estudio para el empaquetamiento más compacto posible $\epsilon = 0.26$. Las modificaciones a la ecuación de Darcy continuaron, una de las propuestas más exitosas fue la hecha por Blake [15] donde de una manera semiempírica propuso graficar números adimensionales. Para fluidos viscosos, el método de Blake dio forma a la ecuación de Darcy de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta p \cdot g \cdot \epsilon^3}{L u \eta S^2} = k, \quad (1.10)$$

o

$$u = \frac{\epsilon^3}{k\eta S^2} \frac{\Delta p \cdot g}{L}. \quad (1.11)$$

donde g es la gravedad y S es la superficie en contacto con el fluido. Esta ecuación es la discutida por Kozeny posteriormente. Blake la derivó suponiendo que la cama granular es similar a canales paralelos, tal que la superficie total interna de cada canal y el volumen total interno son iguales a la superficie de la partícula y al volumen del poro, respectivamente, es decir que el valor de m para estos canales es $\frac{\epsilon}{S}$ donde m es el *radio hidráulico* y se define como:

$$\frac{\text{volumen del fluido en el tubo}}{\text{superficie en contacto con el fluido}}, \quad (1.12)$$

también señaló que debido al carácter tortuoso del flujo a través de la cama porosa, el largo de los canales debe ser L_e , donde L_e es mayor que la profundidad L de la cama. La ley general de las líneas de corriente a través de un canal es:

$$u_e = \frac{m^2}{k_0 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{L_e}, \quad (1.13)$$

donde u_e es la velocidad real y k_0 depende de la sección transversal del canal.

Kozeny siguió el principio propuesto por Dupuit de que $u_e = \frac{u}{\epsilon}$. Debido a que el camino seguido por un elemento del fluido es sinuoso, esto representa el componente paralelo a la dirección del flujo. El tiempo que toma a un elemento de fluido recorrer la distancia L_e a una velocidad $\frac{u}{\epsilon} \cdot \frac{L_e}{L}$ corresponde al tiempo necesario para que recorra una distancia L a la velocidad $\frac{u}{\epsilon}$. En resumen, el valor real para u_e es $\frac{u}{\epsilon} \cdot \frac{L_e}{L}$ y la ecuación (1.13) se convierte en

$$u = \frac{\epsilon m^2}{k_0 \eta} \cdot \frac{\Delta p g}{L} \cdot \left(\frac{L}{L_e} \right)^2, \quad (1.14)$$

y sustituyendo $m = \frac{\epsilon}{S}$ se obtiene la ecuación (1.11) que es la llamada ecuación de Kozeny. En resumen, esta ecuación nos permite obtener la velocidad de un fluido a través de un medio poroso considerando que el fluido sigue un camino sinuoso a través del medio granular, véase figura 1.8.

1.2.4 Longitud capilar

La longitud capilar λ_c es un factor de escalamiento que relaciona la gravedad y la tensión superficial de un líquido. Es una longitud particular a partir de la cual la gravedad

toma importancia en una interfase aire-líquido, esta distancia es comúnmente del orden de unos cuantos milímetros. Se define como:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}, \quad (1.15)$$

donde σ es la tensión superficial del líquido, ρ la densidad del líquido y g el valor de la gravedad. La gravedad es despreciable para longitudes menores que la longitud capilar. Cuando se da esta condición es como si el líquido estuviera en un ambiente de gravedad cero y los efectos capilares dominan. En el caso opuesto, cuando la longitud es mayor que la longitud capilar, se dice que se está en un régimen de gravedad. Si se requiere aumentar el valor de la longitud capilar de un factor de 10 a 1000, es necesario estar en un ambiente de microgravedad o más simple, reemplazar aire por un líquido no miscible con una densidad similar a la del líquido original [10] . La longitud capilar del agua en la superficie de la Tierra en condiciones normales de temperatura y presión, donde $\sigma = 0.072$ N/m, $\rho = 1000$ kg/m³ y $g = 9.81$ m/s², es $\lambda_c \approx 2.7$ mm.

Hipótesis:

Al mezclar un medio granular con un líquido se presentarán propiedades únicas de este medio efectivo, ya que las interacciones entre los granos serán distintas a las interacciones de granos secos, debido a que el medio intersticial ya no puede despreciarse. En función de la cantidad de líquido en la mezcla granos-líquido surgirán distintos regímenes hidrodinámicos. Para entender estos sistemas se estudiarán algunos problemas típicos de la materia granular seca pero con un medio granular inmerso en un agua.

Con la física que se ha discutido en la introducción, en los siguientes capítulos se presenta el trabajo realizado en esta tesis. El capítulo 2 es sobre la descarga simultánea de granos y líquido a través de una abertura, en donde se estudia cómo es el flujo de materia granular seca, líquido y del material granular inmerso y se hace un modelo utilizando la ecuación de Kozeny para el flujo de un líquido en un medio poroso. En el capítulo 3 se estudia el atrapamiento de aire y la formación de burbujas granulares producidas por el impacto de un chorro de granos en la superficie de un líquido. En el último capítulo se

estudia el impacto de un proyectil en un medio granular completamente sumergido. En la figura 1.9 se muestra un esquema de los experimentos estudiados.

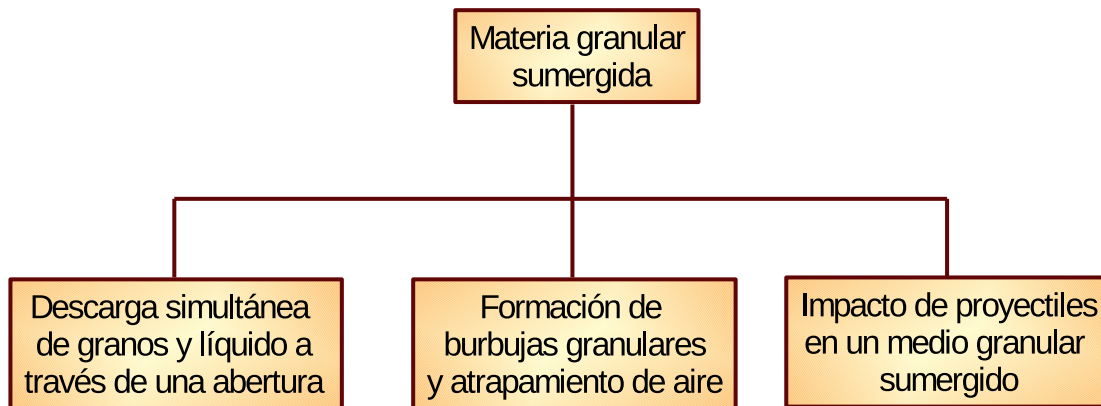


Figura 1.9: Tres problemas distintos de materia granular sumergida estudiados en esta tesis.

Capítulo 2

Descarga simultánea de granos y líquido de un silo

2.1 Antecedentes

2.1.1 Descarga de granos secos desde un silo

Un problema muy familiar en materiales granulares es el de la descarga de granos desde un silo. Este fenómeno es común en la industria, donde toneladas de granos son vertidas desde tolvas, o granos son almacenados en silos verticales. Debido a esto, la descarga de un contenedor cilíndrico es de los sistemas más estudiados [16–22]. Cuando se estudia la descarga de un contenedor hay dos sucesos importantes, uno es cómo interactúan los granos dentro del contenedor mientras se realiza la descarga, el otro es cómo es el flujo de granos a través del orificio por el cual se está descargando [2].

Efecto Janssen

Janssen propuso un modelo heurístico basado en la *mecánica de medios continuos* en el año de 1895 para describir la presión en un silo [23]. Su punto inicial fue la observación de que en un medio granular las fuerzas aplicadas verticalmente se redirigen hacia los lados. El modelo fue elaborado unos años después por Lord Rayleigh [2]. Este se basa en dos principios:

- El medio granular es tratado como un medio continuo, aunque esta aproximación es discutible para un sistema granular, permite escribir ecuaciones diferenciales que al

resolverlas describen el comportamiento del sistema con bastante exactitud.

- Una fuerza vertical aplicada al material p_v automáticamente genera una fuerza horizontal proporcional p_h tal que $p_h = Kp_v$.

Debido a que tratar el medio granular como si fuera un continuo es una aproximación bastante burda, se hacen algunos comentarios al respecto:

- El material está constituido de elementos discretos con un tamaño finito, el espacio intersticial no puede aproximarse a cero y escribir una ecuación diferencial es cuestionable. Sin embargo, este tipo de aproximación se ha usado en otras áreas de la física y ha brindado soluciones que en su mayoría concuerdan con los resultados experimentales. Un ejemplo de ello es la transición de la mecánica de estructuras atómicas a un medio continuo. Debe tenerse en cuenta que la aproximación solo funciona cuando se tiene un gran número de partículas.
- Los problemas relacionados con la falta de cohesión de un medio granular seco son más fundamentales. Por definición, un material granular es heterogéneo y tiene espacios vacíos, estos espacios intergranulares inevitablemente imponen serias restricciones en la forma en que deformaciones y fuerzas pueden propagarse dentro del medio. Una cantidad diferencial como la variación en la presión carece de significado en el momento en que las partículas no están en contacto.

La fuerza vertical F_v ejercida en una capa con cierta profundidad particular h es igual a:

$$F_v = p_v A = \frac{mg}{\chi} (1 - e^{-\chi}), \quad (2.1)$$

donde $\chi = (Ph/A) K\mu_s$ es el parámetro de descompactación (un número adimensional que caracteriza completamente la distribución de fuerzas en una pila cilíndrica), Ph representa el área superficial vertical externa del contenedor. El desarrollo de esta ecuación puede verse en el apéndice B. En la figura 2.1 se puede ver un ejemplo típico de cómo la presión satura para grandes valores de h ; es decir, conforme aumenta la cantidad de material dentro del contenedor.

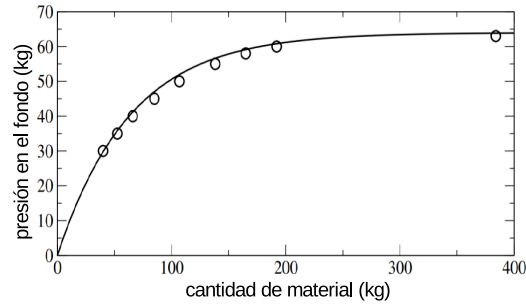


Figura 2.1: Gráfica típica de la presión en un material granular contenido en un silo, cuando la cantidad de materia granular es muy grande el valor de la presión satura a cierto valor y se mantiene, debido a que la presión es dirigida hacia las paredes debido a las cadenas de fuerza que se forman entre los granos. Gráfica basada en la referencia [24].

Ecuación de Beverloo

El flujo de materiales granulares a través de un orificio se ha estudiado en las últimas décadas debido a que tiene múltiples aplicaciones. Uno de los primeros trabajos que surgieron fue el publicado por Beverloo *et. al.* en 1961. En este trabajo estudiaron el flujo de semillas con distintas formas a través de orificios circulares [16]. Los autores propusieron que dicho flujo puede aproximarse por la siguiente ecuación:

$$Q_g = c\rho\sqrt{g}(D - kd)^{5/2}, \quad (2.2)$$

donde D es el diámetro de la abertura y d es el diámetro del grano, c y k son parámetros adimensionales relacionados con la fricción y la forma de la partícula, ρ es la densidad en bulto del material y g es la aceleración de la gravedad. Lo importante de esta ecuación es que hay una dependencia del flujo en el diámetro de la abertura tipo ley de potencias con exponente $5/2$ si es un sistema en tres dimensiones, y $3/2$ si es bidimensional.

Recientemente, se realizaron experimentos con diferentes valores de g demostrando que el escalamiento con la raíz cuadrada propuesto por Beverloo es adecuado [22]. También se ha encontrado que el factor de empaquetamiento inicial de la columna granular no afecta considerablemente la velocidad de flujo [20, 25, 26], porque el material que se está descargando es fluidizado antes de alcanzar la abertura del silo [25]. Incluso en sistemas no convencionales de partículas que se repelen, Q_g es constante durante la descarga [27, 28].

2.1.2 Descarga de silos sumergidos

En el año 2014, T. Wilson *et. al.* [29] realizaron la descarga de un silo con un medio intersticial entre los granos distinto al aire. Se hizo la descarga de un silo completamente sumergido en agua. Los autores encontraron que la velocidad de descarga sí depende de la altura de material dentro del contenedor, en contraste con el caso de granos secos. También observaron que la velocidad incrementa en un 25 % conforme el silo se vacía y la presión en el medio granular disminuye [29]. Encontraron una sorprendente dependencia en la altura del medio granular dentro del silo, tal que la velocidad incrementa rápidamente conforme el silo se vacía. Sin embargo, la dimensión relevante es el diámetro del silo más que el diámetro de la abertura y el efecto desaparece para contenedores con grandes columnas de material en su interior, donde la velocidad de descarga es constante. Propusieron que en la descarga del silo sumergido la dinámica de los granos es importante además de la geometría [29].

En 2017 Koivisto *et. al.* también hicieron la descarga de un silo completamente sumergido, en las figuras 2.2(a) y 2.2(b) se muestra su montaje experimental. Ellos observaron un inesperado incremento en el flujo justo al final de la descarga. Se dieron cuenta que este incremento puede eliminarse si se fija la velocidad de flujo del fluido a través del medio granular. En la figura 2.2(c) se muestra una gráfica de sus resultados. Propusieron que dicho incremento del flujo es causa de un *autobombeo* del fluido a través del medio granular, este efecto lo modelaron como una presión fijada por la velocidad de salida de los granos. Así, es notable que el fluido intersticial juega un papel importante en la velocidad de descarga, además de controlar la formación de posibles obstrucciones [30].

2.2 Descarga simultánea de granos y líquidos

En la vida diaria existen sistemas en los que hay granos que están completamente sumergidos en un líquido, por ejemplo, granos de café que son vertidos en contenedores con agua para lavarlos; el flujo de drenajes en las ciudades; o incluso en el dragado de playas para aumentar la profundidad de canales navegables para evitar que los barcos encallen, véase figura 2.3.

Tomando en cuenta estos sistemas y el estudio previo que se ha presentado sobre la descarga de granos secos y de granos sumergidos en un líquido, surge la pregunta ¿Qué sucede si granos y líquido se descargan simultáneamente?

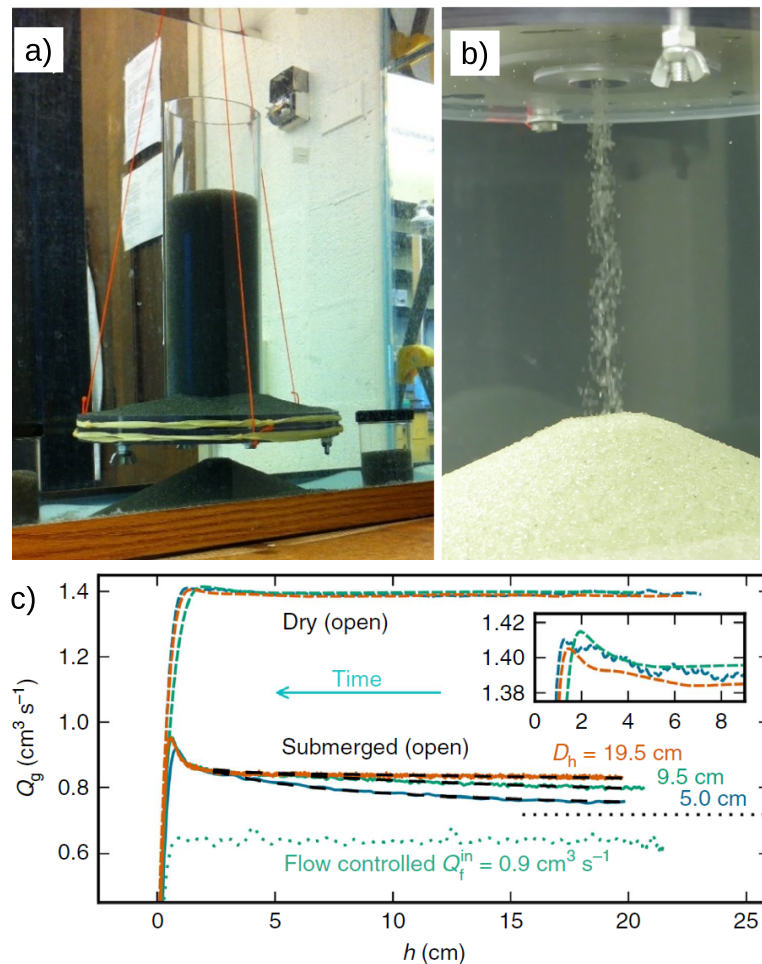


Figura 2.2: Silo completamente sumergido en agua. (a) Diseño experimental de Koivisto *et. al.*, (b) Granos fluyendo a través de la abertura del silo en la parte inferior, dentro del agua, (c) Flujo de arena en función de la cantidad de granos dentro del silo, se muestra como es el flujo para el caso de granos secos, granos completamente sumergidos y granos con un flujo de agua controlado entrando al silo conforme se realiza la descarga. Figura tomada de la referencia [30].

Una descarga simultánea se puede imaginar como un dispositivo que sea una combinación de un reloj de arena y un reloj de agua (véase figura 2.4), debido a que el funcionamiento de ambos consiste en el flujo de material a través de un pequeño orificio. La *clepsydra*, también conocido como reloj de agua, es un dispositivo antiguo usado para medir el tiempo, su funcionamiento consiste en la descarga lenta de agua a través de un orificio

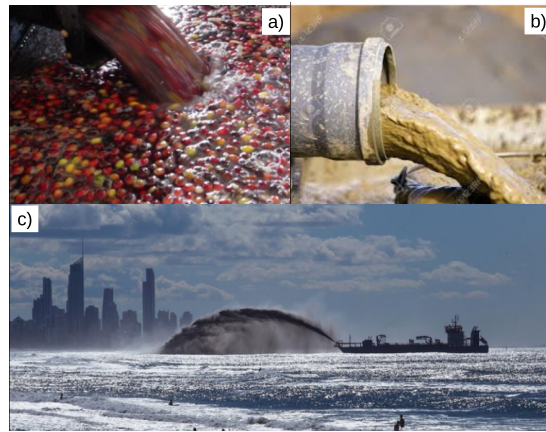


Figura 2.3: Granos completamente sumergidos en líquido. (a) Lavado de granos de café [31], (b) descarga de drenajes [32], (c) Dragado de playas [33].

en el fondo de un contenedor graduado. Su origen es desconocido, pero presumiblemente apareció en China hace aproximadamente seis mil años. Las marcas en este antiguo aparato están separadas de forma no-uniforme debido a que la velocidad de flujo depende de la presión hidrostática, esto es, de la altura de la columna de agua que está por encima del orificio. Por otro lado, la *clepsammia* o reloj de arena apareció un milenio después probablemente en Alejandría [34], aunque sólo hay evidencias de su origen que datan de la edad media [35]. En este aparato el flujo de granos de arena a través de un cuello delgado es independiente de la altura de la columna de materia granular, debido a que el estrés actuando en el material es dirigido hacia las paredes del contenedor mediante cadenas de fuerza (efecto Janssen). Como vimos en el capítulo anterior, este hecho fue estudiado por algunos científicos durante los últimos sesenta años, donde estudiaron la descarga de tolvas con materia granular seca [16–19, 21, 22, 25, 36].

En este trabajo se estudia la descarga simultánea de pequeñas esferas de sílice (dióxido de silicio) y agua de un silo cilíndrico. Una diferencia importante con trabajos hechos anteriormente es que nuestro sistema no está sumergido en agua, el chorro de granos y líquido se descarga en el aire. El silo cuelga de un sensor de fuerza que nos permite medir el flujo de masa Q durante todo el proceso de la descarga.



Figura 2.4: Clepsydra [37] y Clepsammia [38].

2.3 Diseño experimental

El silo consiste de un contenedor cilíndrico transparente de 4.4 cm de diámetro interno y 60 cm de altura, con un fondo plano de acrílico intercambiable que permite variar el tamaño de la abertura. Se usaron cuatro tamaños de abertura $D = 3.1, 4.3, 5.4, 6.3$ (± 0.01) mm. El contenedor cuelga verticalmente de un sensor de fuerzas fijo, marca Omega DFG-355, como se muestra en la figura 2.5.

Este arreglo permitió medir el peso del silo en función del tiempo durante la descarga de granos secos de sílice con una densidad de $\rho_s = 2.66 \pm 0.01$ g/cm³, agua $\rho_l \approx 1$ g/cm³ y granos sedimentados en agua. El agua utilizada estaba a temperatura ambiente y se utilizaron cuatro tamaños de grano distintos d para cada tamaño de abertura D , cuyos valores se muestran en la tabla 2.1.

El procedimiento se describe a continuación. Antes de cada experimento el orificio se cierra con cinta para ductos y el silo se cuelga del sensor de fuerza. En el caso de la mezcla, el contenedor primero se llena con agua hasta un altura de $h_{l0} = 52 \pm 0.2$ cm, después los granos se vierten en el contenedor desde arriba hasta que alcanzan una altura de $h_{s0} = 26 \pm 0.2$ cm. El agua desplazada escapa por un agujero que fue hecho en la parte lateral a una altura de 52 cm, esto para asegurar que el nivel de agua sea siempre el mismo al inicio de cada experimento. Ya que el material está dentro del contenedor, la cinta para ductos se retira y la descarga comienza, el peso del contenedor es monitoreado con el sensor

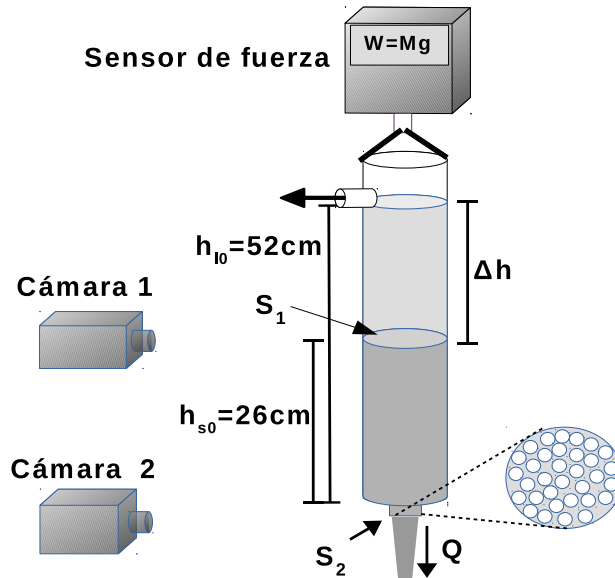


Figura 2.5: Diseño experimental.

de fuerza que toma datos con una frecuencia de 5 Hz hasta que el proceso termina. El experimento se repitió cinco veces para cada tamaño de grano y abertura. Se siguieron los mismos pasos usando granos secos y agua para poder comparar la velocidad de flujo en las tres distintas situaciones.

La descarga simultánea fue filmada lateralmente con dos cámaras, como se puede ver en la figura 2.5. Los videos tomados con la cámara 1 muestran cómo disminuye el nivel de la cama granular y del agua como función del tiempo, puede verse un ejemplo en la figura 2.6. Nótese que la distancia entre el nivel de agua h_l y el nivel de la cama granular h_s es prácticamente constante para partículas de $100\ \mu\text{m}$, mientras que para granos de mayor tamaño, por ejemplo de $480\ \mu\text{m}$, h_l disminuye considerablemente más rápido que h_s .

Imágenes tomadas con la cámara 2, figura 2.7, nos muestran que el filamento de material (chorro) que está fluyendo de la abertura empieza a gotear a distancias más cortas del orificio conforme el tamaño de grano aumenta y que está relacionada con un cambio efectivo de la viscosidad del fluido. Este goteo se debe a la inestabilidad de *Rayleigh-Plateau* que se presenta en películas líquidas donde la mayoría de las veces domina la fricción debido a la viscosidad [10]. La inestabilidad de *Rayleigh-Plateau* consiste en que cuando se tiene

Diámetro de abertura (mm) $\pm 0.01\text{mm}$	Diámetro de grano (μm)
3.1	$100 \pm 25, 250 \pm 40, 480 \pm 35, 690 \pm 70$
4.3	$100 \pm 25, 250 \pm 40, 480 \pm 35, 690 \pm 70$
5.4	$100 \pm 25, 250 \pm 40, 480 \pm 35, 690 \pm 70$
6.3	$100 \pm 25, 250 \pm 40, 480 \pm 35, 690 \pm 70$

Tabla 2.1: Parámetros variados en el experimento.

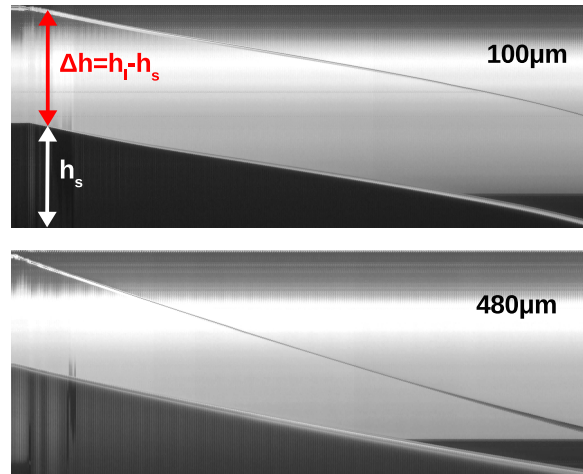


Figura 2.6: Montaje de imágenes para mostrar cómo cambia el nivel de agua y granos en función del tiempo, granos de diámetro $d = 100 \mu\text{m}$ (arriba) y $d = 480 \mu\text{m}$ (abajo) abertura de $D = 3.1 \text{ mm}$. Los montajes se hicieron tomando imágenes instantáneas de 10 píxeles de ancho por 1586 píxeles de alto extraídas de los videos tomados con la cámara lateral a una velocidad de 25 cuadros por segundo.

un cilindro de líquido donde el largo es considerablemente mayor que el diámetro el chorro comienza a mostrarse inestable y muestra un perfil ondulado, la amplitud de estas ondas comienzan a crecer hasta que eventualmente se rompen en una cadena de gotas [10].

Claramente, la dinámica de la descarga está determinada por los valores de D y d . A continuación, se discuten los resultados obtenidos al variar sistemáticamente estos dos

parámetros.

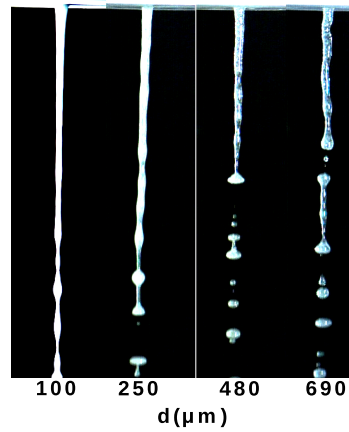


Figura 2.7: Imágenes del filamento fluyendo a través de la abertura tomadas con la cámara 2, el video del cual se tomaron se grabó a 1000 cuadros por segundo. La transición de un goteo a un flujo continuo conforme el tamaño de grano disminuye indica un aumento en la viscosidad efectiva de la mezcla [39].

2.4 Resultados

Para determinar el flujo se obtuvieron datos de los videos tomados con las cámaras y también del sensor de fuerza. En la figura 2.8 se muestran las mediciones hechas con el sensor de fuerza, M representa la masa del sistema, normalizada con la masa inicial M_0 y graficada como función del tiempo t . En la gráfica se muestran tres casos: la línea azul corresponde a granos secos, las líneas negras para la combinación de granos con agua y la línea roja corresponde a la descarga de agua. Para el caso de granos secos, M/M_0 decrece linealmente indicando una velocidad de flujo constante del material. En el caso del agua, M/M_0 describe una dependencia no-lineal en el tiempo asociado con la disminución de la presión hidrostática. Por otro lado la descarga simultánea de granos combinados con líquido muestra diferentes dinámicas dependiendo del tamaño de grano, desde un régimen de flujo prácticamente constante para granos de $100 \mu\text{m}$ (línea negra continua) hasta un régimen hidrostático para $480 \mu\text{m}$ (línea negra punteada). Se observa que la mezcla de granos con líquido fluye más rápido que los granos secos del mismo tamaño, pero más lento que el agua pura.

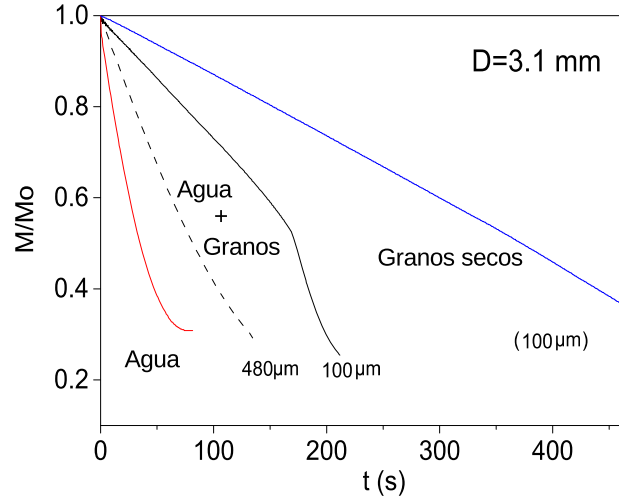


Figura 2.8: Datos tomados con el sensor de fuerza. Descarga de granos secos (línea azul), agua (línea roja) y mezcla de granos con agua (líneas negras).

2.4.1 Descarga de granos secos y agua

La descarga de granos secos y la descarga de agua están de acuerdo con lo esperado. De hecho, la velocidad de flujo para granos secos es totalmente independiente de la cantidad de material por encima del orificio, como es predicho por la ley de Beverloo. Se graficó el flujo de granos Q_g como función de $(D - kd)$ en la figura 2.9, considerando todos los valores de D y d que se utilizaron en los experimentos (puntos), se hizo un ajuste a los datos con la ecuación (2.2) (línea roja). El valor de las constantes c y k están de acuerdo a los valores esperados en el rango de partículas esféricas de acuerdo a lo reportado en [16].

En el caso de líquido, para hacer un modelo del experimento se puede utilizar la ecuación de continuidad:

$$S_1 v_1 = S_1 \frac{dh_l}{dt} = S_2 v_2, \quad (2.3)$$

combinada con la ecuación de Bernoulli:

$$\rho_l g h_l = \frac{1}{2} \rho_l (v_2^2 - v_1^2). \quad (2.4)$$

Donde S_1 es el área transversal del cilindro, como se muestra en la figura 2.5, y v_1 es la velocidad del líquido al atravesar dicha superficie, $S_2 = C_d \pi D^2 / 4$ es el área efectiva en la

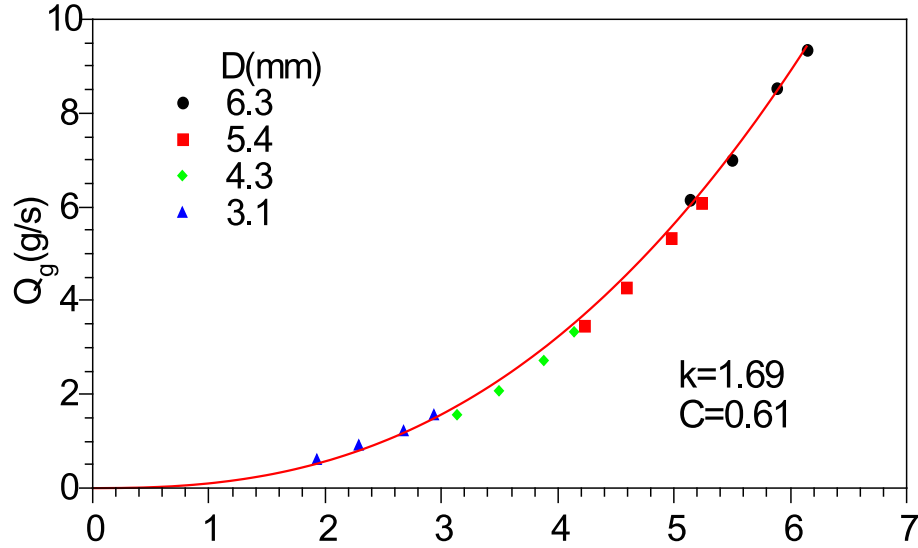


Figura 2.9: Flujo de granos secos para los distintos tamaños de grano y de abertura. El flujo es bien descrito por la ley de Beverloo dada en la ecuación (2.2) (línea roja), con los valores de c y k en los rangos esperados para partículas esféricas de acuerdo a lo reportado en [16].

salida el silo, con un coeficiente de descarga C_d , v_2 es la velocidad del líquido en la salida del contenedor. Integrando $h_l(t)$, se obtiene una expresión para el flujo de la masa M_l restante en el cilindro, la cual está dada por:

$$M_l = \rho_l S_1 h_l(t) = \rho_l S_1 \left(\sqrt{h_{l0}} - \frac{1}{2} S_2 \sqrt{\frac{2g}{S_1^2 - S_2^2} t} \right)^2. \quad (2.5)$$

La figura 2.10 muestra la comparación de la solución numérica de la ecuación (2.5) con $C_d \approx 0.9$ (línea roja) y los resultados experimentales para el caso particular $D = 3.1$ mm (puntos azules), indicando que la solución para la ecuación describe bien los resultados obtenidos del experimento.

2.4.2 Descarga simultánea

La figura 2.11(a) muestra M vs t para todas las aberturas y tamaños de grano utilizados en este trabajo. La altura inicial de la columna de líquido de 52 cm asegura que, en todos los experimentos (excepto para $D = 3.1$ mm y $d = 690 \mu\text{m}$), el material granular se

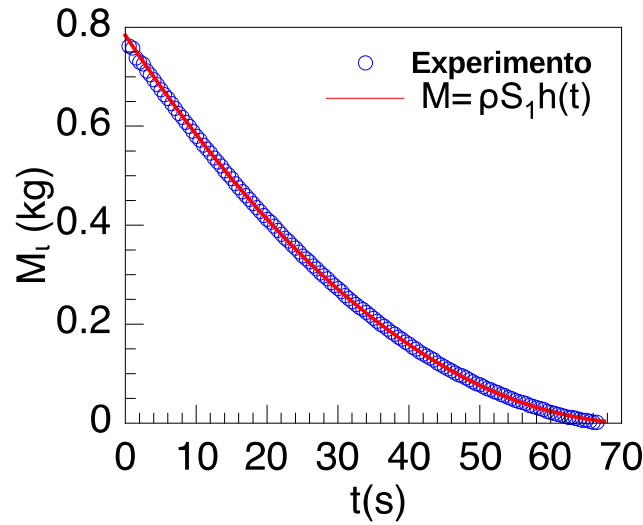


Figura 2.10: La descarga de agua como función del tiempo (círculos azules) es bien descrita por la ecuación (2.5) (línea roja).

descargue antes de que se acabe el agua que hay dentro del silo. La transición en la descarga de la mezcla de granos con líquido a puro líquido aparece como un quiebre repentino de las curvas. Sólo para el experimento de $D = 3.1$ mm y $d = 690$ μm , la medición no termina en $M = 0$ porque el nivel del agua alcanza el nivel de la cama granular. Cuando esto pasa, el sistema se rigidiza debido a la transición de un régimen muy mojado (*inmerso*) a un régimen capilar [8, 40] en el cual las fuerzas cohesivas toman importancia y evitan el flujo de partículas.

La figura 2.11(b) muestra que el flujo puede incrementar, disminuir o prácticamente permanecer constante durante el proceso de vaciado dependiendo de la combinación de d y D . Nótese también que hay una diferencia considerable entre las velocidades de flujo para la mezcla granos/agua Q_m y para el agua pura Q_l . La figura 2.12 muestra que en esta transición $Q_l > Q_m$ y la diferencia incrementa con D/d siendo al menos cuatro veces mayor para el caso $D/d \approx 63$ ($D = 6.3$ mm y $d = 100$ μm). Para estos valores, las imágenes del filamento tomadas con la cámara 2, figura 2.13, muestran que al final de la descarga cuando la superficie de la cama granular alcanza la abertura del silo en la parte inferior, se forma un tapón de granos que marca una abrupta reducción de la concentración de granos en el material que está fluyendo, posteriormente se observa un chorro con ondulaciones

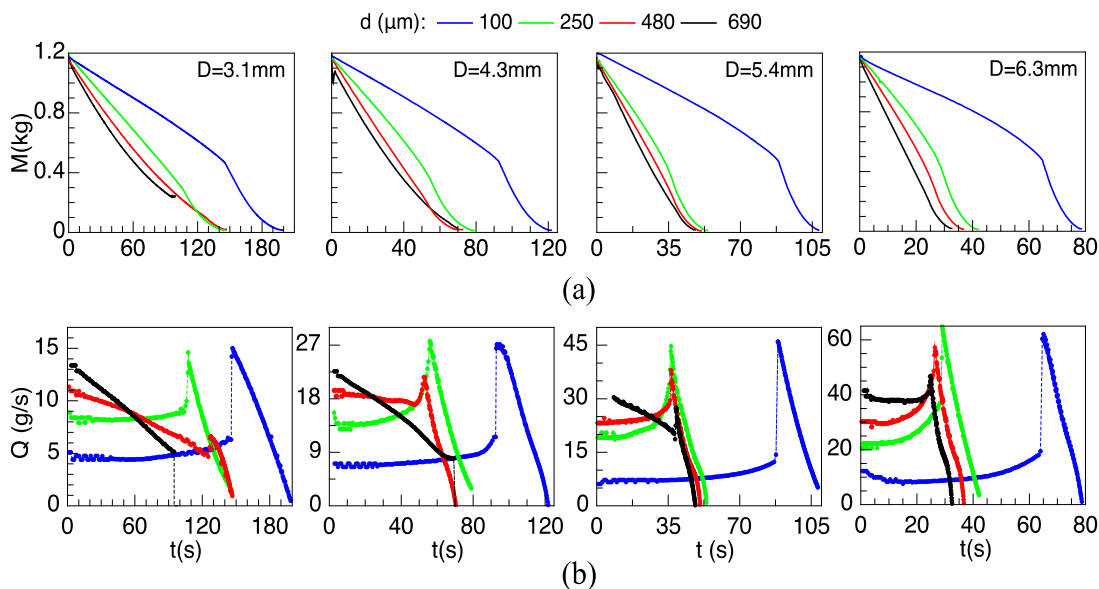


Figura 2.11: (a) Masa M en función del tiempo registrada por el sensor de fuerza para distintos valores de D y d . (b) Flujo correspondiente $Q = dM/dt$ en función de t . La ruptura en cada curva corresponde al momento en el cual el silo se queda sin granos y sólo agua continua fluyendo (La transición se indica con una línea punteada en cada caso).

hasta que los granos dejan de fluir y solo fluye agua que ya no presenta ondulaciones en su perfil. En contraste, la concentración de granos disminuye gradualmente para los granos más grandes y el filamento se muestra inestable con un perfil ondulado durante toda la descarga. De esta imagen se puede observar cómo el cambio efectivo de la viscosidad de la mezcla granos+agua en función del tamaño de grano, es relevante para la presencia de inestabilidades en el chorro, en este caso la inestabilidad de *Rayleigh-Plateau* donde domina la fricción debido a la viscosidad al ser un chorro líquido delgado [10].

En la figura 2.14 el diámetro del filamento es graficado como función de la distancia z por debajo de la abertura en ambos casos. Claramente, el filamento es más delgado y más estable para $d = 100 \mu\text{m}$ que para $d = 690 \mu\text{m}$. Este adelgazamiento y la transición de goteo a un chorro continuo observado en la figura 2.7 refleja el aumento de la viscosidad efectiva del fluido [39], el cual se comporta en caída libre como una suspensión granular. También debe observarse que incluso cuando el filamento de agua y el filamento con las partículas más grandes tienen el mismo diámetro, el último muestra más inestabilidades inducidas por la interacción hidrodinámica del fluido con los granos.

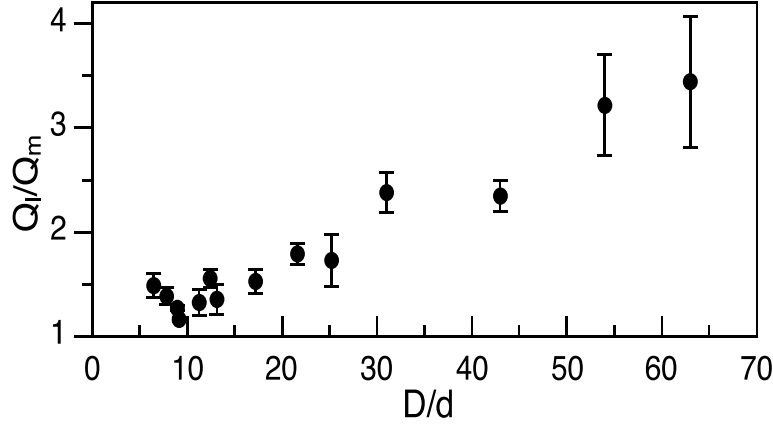


Figura 2.12: Q_l/Q_m vs D/d en la transición de una descarga de dos fases a una descarga de una fase.

En la descarga simultánea se observó que el nivel de agua siempre decrece linealmente con el nivel de granos, independientemente del diámetro de la abertura D y del tamaño de grano d . Esto se muestra en la figura 2.15(a) donde $\Delta H = h_l - h_s$ se grafica como función de h_s . Las pendientes b y las intersecciones a que se obtuvieron al aplicar un ajuste lineal de la forma $\Delta H = a + bh_s$ a cada conjunto de datos, están graficados como función de d/D en la figura 2.15(b). La gráfica principal revela que $b = (5.9 \pm 0.2)d/D$ y evaluando a en las condiciones iniciales ($h_l = 52$ cm y $h_s = 26$ cm en $t = 0$ s), se obtiene $a = 26 - 153.4d/D$ (cm), lo cual se grafica con una línea azul en el recuadro interior. Debido a que a y b son constantes para un valor fijo de d/D , de la primera derivada con respecto al tiempo de $h_l - h_s = a + bh_s$ y al sustituir el valor de b , se obtiene que las velocidades del nivel de agua $v_l = dh_l/dt$ y el nivel de la cama granular $v_s = dh_s/dt$ están relacionados por la ecuación:

$$v_l \approx \left(1 + 6 \frac{d}{D}\right) v_s. \quad (2.6)$$

Dado que el término entre paréntesis es positivo y mayor a 1, la ecuación (2.6) nos indica que la velocidad de descarga del líquido es mayor que la de los granos. Cuando $d \ll D$, el líquido es descargado pasivamente con el material granular y la altura de la columna de

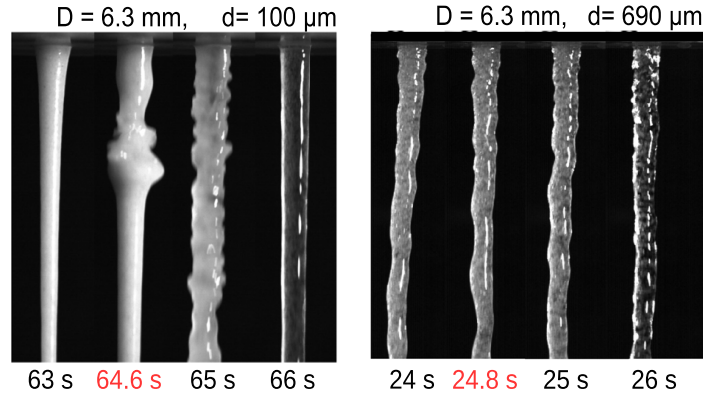


Figura 2.13: Fotografías instantáneas del filamento que fluye a través de la abertura, estas revelan que hay un cambio abrupto en la concentración de granos durante la transición para $d = 100 \mu\text{m}$ y un cambio gradual para $d = 690 \mu\text{m}$. El tiempo de transición marcado en rojo corresponde al momento en el cual la superficie de la cama granular alcanza a la abertura en el fondo del silo.

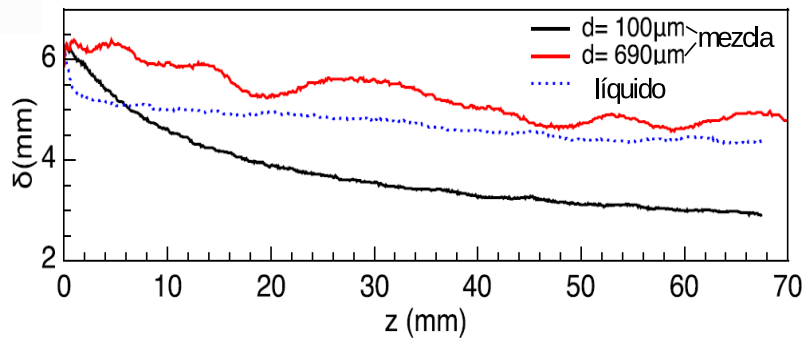


Figura 2.14: Diámetro del filamento δ a la distancia z por debajo de la abertura antes (en el caso de mezcla) y después de la transición (solamente líquido).

líquido por encima de la cama granular permanece prácticamente constante.

En la figura 2.16 se muestra una gráfica del flujo de granos combinado con agua, dividido entre el flujo de granos secos, para las distintas combinaciones de tamaño de grano y tamaño de abertura, en términos de $R = D/d$, en los dos casos se utilizó la misma

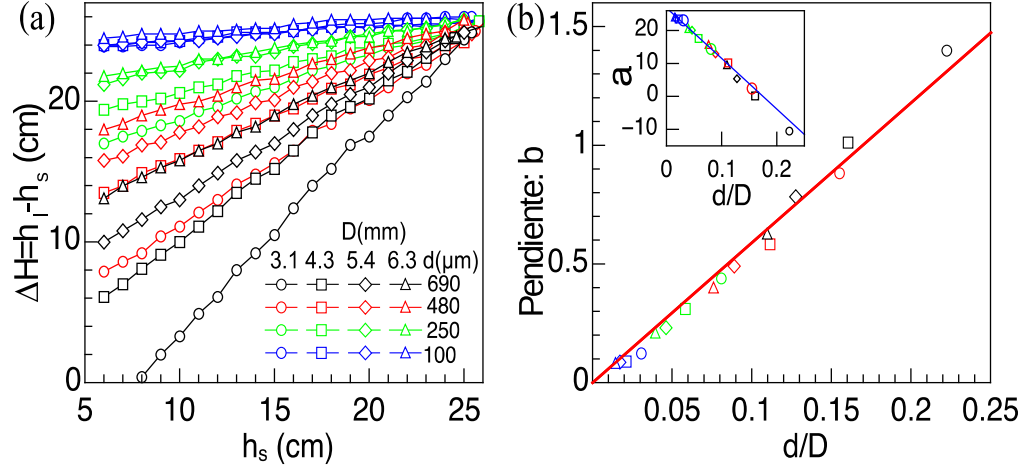


Figura 2.15: (a) Diferencia entre el nivel de agua y granos ΔH como función de la altura de la cama granular h_s para diferentes combinaciones de D y d . Nótese que para granos pequeños ΔH es casi constante durante el proceso. (b) Pendientes b (gráfica principal) e intersecciones a (recuadro) de los ajustes lineales $\Delta H = a + bh_s$ mostrados en (a) como función de d/D .

cantidad de granos para poder hacer la comparación. Se hizo un ajuste con una ecuación de la forma bR^a , del ajuste, $b = 77.04$ y $a = -1.01$. Así, $Q_{\text{granos+agua}}/Q_{\text{granos secos}}$ tiene una dependencia en $R = D/d$ de la forma $77.04R^{-1}$.

Modelo de la descarga simultánea

A continuación se presenta un modelo que permite describir la descarga de granos combinados con líquido. Para hacer este modelo se asume que un líquido se mueve a través de un sustrato poroso de grosor $h_s(t)$ y sección transversal S_1 , véase la figura 2.17.

Partiendo de la ley de Darcy, la velocidad de flujo volumétrico es:

$$Q_v = \frac{\kappa S_1 \Delta P}{\mu h_s}, \quad (2.7)$$

donde κ es la permeabilidad, μ es la viscosidad dinámica y ΔP es la diferencia de presión entre la parte superior e inferior de la columna granular. Considerando $v = Q_v/S_1$ se puede

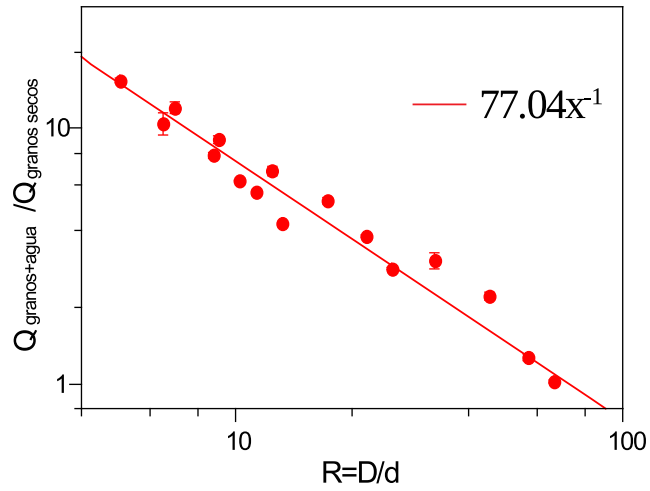


Figura 2.16: Flujo de granos combinados con agua dividido por el flujo de granos secos graficado vs $R = D/d$, se hizo un ajuste con la función bR^a , donde $b = 77.04$ y $a = -1.01$.

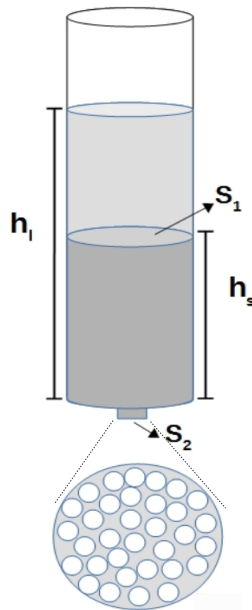


Figura 2.17: Flujo de líquido a través de un medio poroso con área transversal S_1 y área transversal de la abertura S_2 .

escribir:

$$\Delta P = \frac{\mu}{\kappa} h_s(t)v, \quad (2.8)$$

el parámetro κ representa la permeabilidad del medio, la cual es la capacidad de permitir que un fluido pase a través de él sin perturbarlo, depende del tamaño de grano promedio y puede medirse experimentalmente o puede calcularse usando la ecuación de Kozeny-Carman $\kappa \approx d^2/180(1-\epsilon)^2$. La porosidad ϵ se relaciona con el factor de empaquetamiento del medio granular ϕ como $\epsilon = 1 - \phi$. Debido a que el medio granular está en movimiento, ϕ es un parámetro dinámico que puede estar variando durante la descarga. Observando el diseño experimental, figura 2.5, se puede notar que la masa neta del sistema M , es la suma de la masa de granos, el líquido intersticial y la masa del agua que esta por encima del medio granular, $M(h_s, h_l) = \rho_s S_1 h_s \phi + \rho_l S_1 h_s (1 - \phi) + \rho_l S_1 (h_l - h_s)$ y resolviendo para ϕ , se obtiene:

$$\phi = \frac{M - \rho_l S_1 h_l}{(\rho_s - \rho_l) S_1 h_s}. \quad (2.9)$$

donde ρ_l es la densidad del líquido, ρ_s es la densidad de los granos y S_1 es el área transversal del cilindro (véase figura 2.17). La masa total M del sistema se conoce directamente del sensor de fuerza, el nivel de agua h_l y el nivel de la cama granular h_s se midieron de los videos tomados con la cámara 1. Así, se obtuvo el factor de empaquetamiento en función de h_s , se muestra una gráfica en la figura 2.18 para distintas aberturas y tamaños de grano. Nótese que el empaquetamiento es aproximadamente el mismo durante la descarga con un valor promedio de $\bar{\phi} = 0.63 \pm 0.02$, por tanto, se asume una porosidad constante de $\epsilon \approx 0.37$ en este análisis.

Considerando el principio de Bernoulli aplicado al líquido moviéndose con velocidad $v_1 = v_l$ en la parte con sección transversal S_1 y velocidad v_2 en la abertura, se tiene que:

$$\rho_l g h_l - \Delta P = \frac{1}{2} \rho_l (v_2^2 - v_1^2). \quad (2.10)$$

El primer término de la izquierda representa la presión hidrostática, el segundo es la diferencia de presión debido a la resistencia hidrodinámica, el término a la derecha indica el cambio en la presión cinética. Usando la permeabilidad de Kozeny-Carman en la ecuación (2.8) y asumiendo v como la velocidad relativa entre el fluido y los granos, la ecuación (2.10) puede escribirse como:

$$\rho_l g h_l - 180 \frac{\mu(1-\epsilon)^2}{d^2 \epsilon^3} h_s (v_l - v_s) = \frac{1}{2} \rho_l (v_2^2 - v_1^2). \quad (2.11)$$

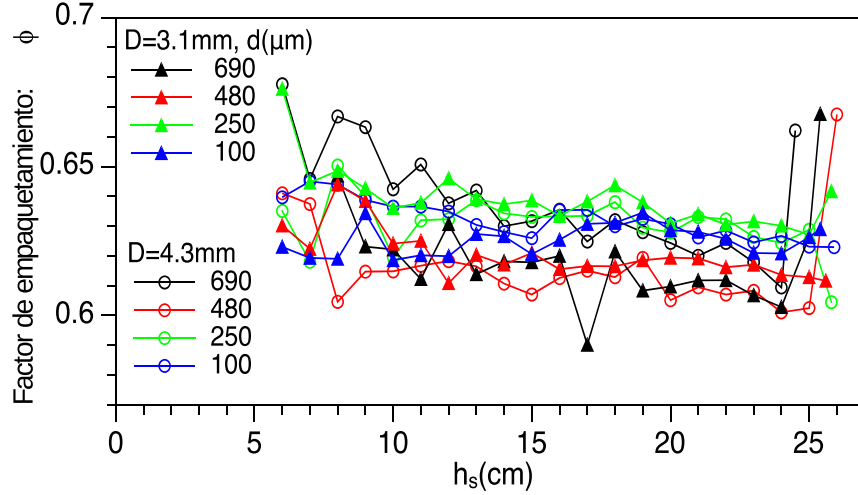


Figura 2.18: Factor de empaquetamiento ϕ de los granos sumergidos como función de h_s . El valor promedio obtenido es $\bar{\phi} = 0.63 \pm 0.002$. Los datos para $h_s < 5$ cm no se pudieron medir debido a la configuración del diseño experimental.

De la relación entre v_l y v_s establecida en la ecuación (2.6) y de la ecuación de continuidad $S_1 v_1 = \epsilon S_2 v_2$ (donde ϵ es un término que se introduce como un factor que sólo toma en cuenta el espacio disponible en la salida del silo debido a la porosidad), se puede resolver la ecuación (2.11) para $v_2(h_l)$. Ahora, la ecuación de continuidad puede integrarse numéricamente para obtener $h_l(t)$. Como h_l puede escribirse en términos de h_s , la expresión para la masa neta en el silo $M[h_s(t)]$ puede escribirse como:

$$M \approx S_1 h_s(t) [(\rho_s - \rho_l) \phi + \rho_l(1 + b)] + \rho_l S_1 a, \quad (2.12)$$

donde la dependencia en el tamaño de la abertura, el diámetro de grano y las cantidades iniciales de líquido y granos están contenidas en los parámetros $a = h_{l0} - (1 + b)h_{s0}$ y $b \approx 6d/D$.

La figura 2.19(a) muestra $M(t)$ calculada usando la ecuación (2.12) para diferentes valores de D y d , y se compara con experimentos. Nótese que las principales características de la dinámica son bien descritas por la solución numérica hasta que el silo se queda sin granos, en este punto, la ecuación (2.12) se une con la ecuación (2.5) que corresponde a

agua pura. Además, de la primera derivada de $M(t)$, se obtiene $Q(t)$ y la solución implícita correspondiente para $Q(h_s)$, las cuales se muestran en las figuras 2.19(b) y 2.19(c), respectivamente. En el último caso, el modelo es capaz de describir bien los experimentos en el rango medido y predice $Q(h_s)$ para $h_s < 5$ cm, el cual no se pudo medir experimentalmente debido a que las tapas intercambiables del fondo tienen una altura de 4 cm en color blanco, lo que no nos permitió hacer la medición para esos últimos 5 cm directamente de los videos.

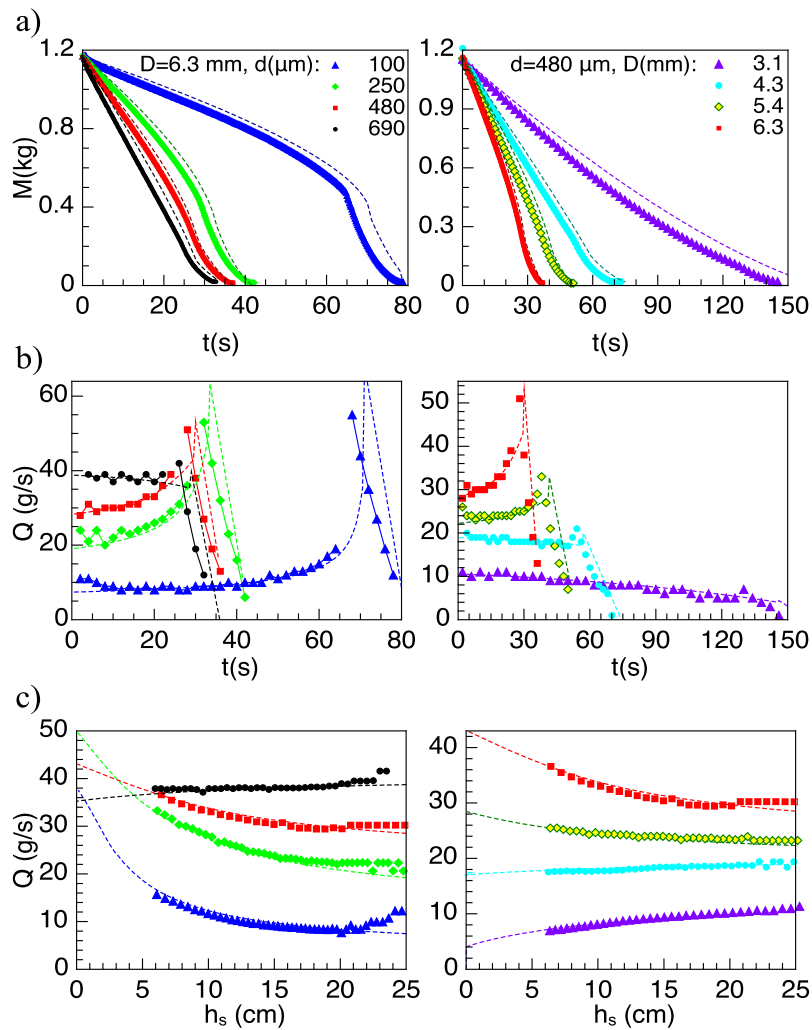


Figura 2.19: Comparación de datos experimentales (puntos) y resultados numéricos obtenidos de la ecuación (2.12) (líneas punteadas) de (a) M vs t , (b) Q vs t y (c) Q vs h_s para diferentes valores de D y d .

granos secos	vs.	granos+agua
$D/d > 5$	flujo continuo	$D/d > 4$
$5 < D/d < 4.5$	intermitente	$4 < D/d < 3.2$
$D/d < 4.5$	atasco total	$D/d < 3.2$

Tabla 2.2: Tabla comparativa del tipo de flujo en términos de D/d para la descarga de granos secos y granos+agua a través de una abertura.

2.5 Discusión

Antes de iniciar con la discusión, es importante aclarar que los tamaños de abertura y los diámetros de grano fueron seleccionados para asegurar las condiciones necesarias para lograr una descarga continua. En el caso seco, se observó un atascamiento total cuando los granos de mayor tamaño ($d = 690 \mu\text{m}$) fueron descargados utilizando la abertura más pequeña ($D = 3.1 \text{ mm}$), mientras que la mezcla granos-líquido fluyó continuamente bajo las mismas condiciones. Esto indica que el valor mínimo de la relación D/d para tener un flujo ininterrumpido es menor para la mezcla que para los granos secos. Resultados similares se encontraron recientemente en silos totalmente sumergidos [29]. Variando D/d , se encuentra que el límite para un flujo continuo de la mezcla está en el rango $[D/d]_{mezcla} = 3.2 - 4$, considerablemente menor que el límite medido para el caso de granos secos $[D/d]_g = 4.5 - 5$, el cual se ha reportado anteriormente en la literatura para esferas secas ($[D/d]_g \approx 4.9$) [18]. Si $D/d < [D/d]_{mezcla}$, los granos se atascan y solo se descarga agua que fluye a través del medio poroso. Debe mencionarse también que no se encontró ninguna dependencia entre el valor límite para un flujo continuo y el tamaño de la columna de agua por encima del medio granular. En la tabla 2.2 se muestra una comparación de los valores límites D/d para granos secos y granos mezclados con agua, nos indica como en función de la relación D/d se tiene un flujo continuo, un flujo intermitente o un atasco total de granos fluyendo a través de una abertura de diámetro D .

Por otro lado, en lo que concierne a la ley de Beverloo, la dependencia en la raíz cuadrada de la gravedad viene del hecho de asumir que las partículas secas empiezan una caída libre debajo de la abertura en una región de tamaño proporcional al diámetro de

la abertura, esto es, $v_s \propto \sqrt{gD}$. Debido a que la ecuación (2.6) se puede escribir como $v_s \approx (1 - 6d/D)v_l = kv_l$ para $d \ll D$, se puede asumir que el líquido arrastra a las partículas y aumenta su velocidad en la abertura, por esta razón el flujo es más grande con respecto al valor esperado para granos secos. Por otro lado, los granos funcionan como un medio poroso que genera una resistencia hidrodinámica para el líquido y reduce v_l con respecto al caso de líquido puro el cual fluye a una velocidad mayor. Esto ayuda a entender por qué $Q_g < Q_m < Q_l$.

De la ecuación (2.6) se tiene que $v_l > v_s$, en consecuencia la altura de la columna de líquido que está por encima de la cama granular disminuye durante la descarga, y por lo tanto también disminuye la presión hidrostática. Para $d = 100 \mu\text{m}$, los niveles del líquido y los granos disminuyen casi a la misma velocidad, mientras que la presión por encima del medio granular permanece casi constante. Ambos escenarios coinciden con los comportamientos más marcados de $Q(t)$ mostrado previamente en la figura 2.11(b). Sin embargo, el incremento observado de $Q(t)$ no puede explicarse por una simple variación de la presión hidrostática, se necesita considerar que h_s también está disminuyendo, y por tanto la resistencia hidrodinámica. Además, la competencia entre la disminución de la presión hidrostática y la resistencia hidrodinámica dados en el primer y segundo término de la ecuación (2.11) determina toda la dependencia de $Q(t)$. En el caso de los granos secos, una expresión analítica para Q_g es posible porque la altura de la columna granular no tiene un papel importante. En este trabajo, la ecuación (2.11) se convierte en una ecuación diferencial no lineal para h_l después de introducir la ecuación de continuidad y sólo se puede reportar una solución numérica.

Finalmente, se debe delimitar el rango del tamaño de partícula así como la viscosidad del líquido, en el cual este análisis puede ser aplicado. En las referencias [41] y [42], se reportó que líquidos mezclados con micropartículas pueden describirse como un fluido efectivo, es decir, como un líquido puro con una viscosidad equivalente. Durante la preparación de los experimentos, se notó que los granos de $690 \mu\text{m}$ se sedimentan rápidamente en agua, mientras que granos de $100 \mu\text{m}$ toman más tiempo para sedimentarse (aproximadamente un minuto). Incluso para granos más pequeños, la mezcla podría ser descargada como una suspensión granular densa, lo cual concuerda bien con nuestras observaciones de los chorros observados con la cámara inferior (figura 2.7) [42, 43]. Además, en los experimentos que se hicieron con partículas de diámetro de $100 \mu\text{m}$ aproximadamente, la resistencia a fluir

podría no ser asociada a un medio poroso, sino a un aumento en la viscosidad efectiva del fluido, marcando una transición de un régimen dominado por la inercia a uno dominado por los efectos viscosos, donde el modelo presentado aquí ya no es apropiado [39, 42, 43] .

2.6 Conclusiones

- En la descarga de granos secos se comprobó que se cumple la ley de Beverloo.
- En la descarga de líquido se propuso un modelo a partir de la ecuación de continuidad y el principio de Bernoulli y este describe bien los resultados experimentales.
- En la descarga simultánea de granos y líquido se observó que hay un cambio de régimen en función del tamaño de grano (para un diámetro fijo de abertura), para granos pequeños ($100 \mu\text{m}$) se observa un régimen constante similar al de granos secos, sin embargo, conforme va aumentando el tamaño de grano, (por ejemplo $480 \mu\text{m}$) se observa una transición a un régimen hidrostático.
- La velocidad de flujo puede incrementar, disminuir o mantenerse constante dependiendo de la razón del diámetro de la abertura y de la partícula (D/d). Si D/d es pequeño, $D/d \lesssim 9$, el flujo disminuye, esto es debido a que el número de granos que pasa por el área transversal de la abertura es menor mientras que el agua continúa fluyendo por los espacios intersticiales, la presión hidrostática va disminuyendo y por tanto, la velocidad de flujo de la mezcla. Si $9 \lesssim D/d \lesssim 12.5$ el flujo se mantiene constante. Si $D/d \gtrsim 13$ el flujo aumenta, esto es debido a que se descarga una mayor cantidad de granos, la presión hidrostática se mantiene constante y como la cantidad de granos dentro silo va disminuyendo se produce un aumento en la velocidad de flujo.
- En el filamento de granos mezclados con líquido que fluye a través de la abertura se observó un cambio de grosor dependiendo del tamaño de grano. También se observó al menos de manera cualitativa un cambio de las propiedades reológicas.
- El nivel de agua siempre decrece linealmente con el nivel de granos independientemente de los valores de D y d . Esto se debe a que la cantidad de granos y agua que fluye a través de la abertura es proporcional y depende de la razón D/d .
- Partiendo de la ley de Darcy se propuso un modelo para la descarga simultánea que describe bien los resultados experimentales para este sistema compuesto granos-agua.

- Se midió el factor de empaquetamiento y se encontró que se mantiene constante durante la descarga.
- El valor D/d a partir del cual se comienzan a presentar atascamientos es menor para la mezcla que para granos secos, esto nos dice que una forma de prevenir atascos es agregar un líquido intersticial a un medio granular, lo cual aumenta la lubricación del medio granular.
- En una competencia de descarga entre un reloj de arena, un reloj de agua y un dispositivo combinado, la mezcla de granos con líquido se descarga más rápidamente que los granos secos, pero más lentamente que el agua.
- En la descarga de la mezcla, la competencia entre la presión hidrostática debido a la columna de agua que está por encima de la columna de granos y la resistencia hidrodinámica producida por esta última, determina las cantidades relativas de granos y líquido que son descargadas.
- Nuestro estudio representa el primer análisis sistemático de la descarga de mezclas de líquidos y granos desde un silo, lo cual es relevante dado que es una situación común observada en la industria y en ciertos procesos naturales.

Capítulo 3

Atrapamiento de aire y burbujas granulares generadas por un chorro granular impactando en agua

3.1 Antecedentes

En dinámica de fluidos, el estudio de formación de burbujas y atrapamiento de aire ha sido relevante para entender fenómenos naturales, por ejemplo, el sonido de la lluvia [44, 45]. También es importante en ingeniería hidráulica, donde al momento de generarse burbujas mediante cavitación se pueden dañar estructuras rotantes [46]. Incluso en procesos industriales de aereación controlada, que incluyen decarbonación, oxidación, separación (conocido como froth flotation) y control de bacterias [47].

Un ejemplo sencillo de formación de burbujas es el fenómeno que ocurre al abrir una llave para llenar un vaso con agua, el chorro de agua impacta la superficie del agua que hay contenida en el vaso y se forman burbujas que desaparecen rápidamente. Para un chorro de agua que cae suavemente (flujo laminar con bajos números de Reynolds $Re \simeq 2000$), el vaso puede llenarse sin formar burbujas. Cuando el chorro se vuelve más inestable a mayores velocidades de flujo, se atrapa aire en el flujo de agua formando una zona cónica bifásica de burbujas que van hacia abajo y después recirculan y suben hacia la superficie donde rápidamente coalescen y después se rompen o directamente se rompen al llegar a la superficie. Sólo las burbujas que llegan a la superficie a una velocidad baja (< 0.1 mm/s)

sobreviven por algunos minutos [48]. A una escala mayor se puede observar el mismo fenómeno, por ejemplo en una cascada o en las olas que rompen en el playa, estas burbujas transportan aire y proveen de CO_2 a los ecosistemas submarinos que lo requieren para sobrevivir [49].

La predicción de las condiciones de atrapamiento de aire por chorros de agua ha generado una gran cantidad de investigación enfocada en delimitar la velocidad crítica mínima para la formación de burbujas [50–52]. Para chorros de agua cortos, se ha propuesto que las condiciones críticas mínimas para atrapamiento de aire son: número de Reynolds $Re \sim 2000$ y número capilar $Ca \sim 0.04$ [53], o en términos del número de Weber $We = Re \cdot Ca \sim O(10^2)$ [53, 54]. Sin embargo, no hay precisión ni criterios confiables para las condiciones de atrapamiento de aire en chorros de agua. Además, no hay expresiones analíticas simples que determinen la cantidad de aire atrapado dada la gran cantidad de parámetros envueltos en el problema, véase [51] y el trabajo más reciente de Duncan [49].

El proceso se puede volver más complejo cuando partículas sólidas penetran en agua, incluso en el caso de una sola esfera [55, 56]. Diferentes escenarios naturales e industriales involucran la descarga de partículas discretas dentro de un líquido; por ejemplo, al vertir cemento, arcilla o arena en agua para preparar mezcla, también en el colapso de diques en océanos, en la generación natural de tsunamis por deslaves [57], en procesos de lavado con detergentes en polvo y en nuestra vida diaria cuando vertimos azúcar o café en polvo en una taza, o cereal en un tazón con leche. El atrapamiento de aire y formación de burbujas puede ocurrir en estos procesos dependiendo del tamaño y densidad de los granos, su velocidad de impacto y las propiedades del líquido. Sin embargo, no se ha considerado un estudio sistemático de estos escenarios en la literatura.

Dentro del estudio de materia granular sumergida se ha encontrado que cuando un medio granular es parcialmente saturado con agua, se forman puentes líquidos entre los granos e inducen fuerzas cohesivas debido a la existencia de una triple interfase aire-líquido-grano. Estas fuerzas son responsables de la sorprendente estabilidad de castillos de arena con un pequeño porcentaje de líquido contenido [58] e incluso pueden inducir la formación de estalagmitas granulares cuando se vierten granos secos en un sustrato granular saturado con agua [8, 40].

La existencia de estos puentes líquidos y de una triple interfase da lugar a estructuras donde esta triple fase es fundamental, como es el caso de burbujas o gotas cubiertas con partículas. La unión de granos a gotas también puede generar encapsulados granulados,

algunos de estos se mencionan a continuación:

Encapsulados de gas (“gas marbles”), son pequeñas porciones de aire encapsuladas por una cobertura de granos cohesivos con una solución surfactante en un ambiente de aire, se pueden observar en la figura 3.1(a), pueden soportar presiones negativas y positivas debido a la naturaleza cohesiva de la estructura [59]. Otro ejemplo son los llamados *encapsulados de líquido* (“liquid marbles”), estos resultan de encapsular gotas de líquido con polvo hidrofóbico, ver figura 3.1(b), donde se busca transportar de manera eficiente pequeñas cantidades de líquido sobre un sólido. Estos encapsulados se comportan como un sólido suave y la adhesión a superficies sólidas se reduce de manera considerable [60,61]. Las *gotas cubiertas* con partículas coloidales, figura 3.1(c), son estructuras producidas en dispositivos de microfluídica con tres canales que encierran un fluido dentro de un caparazón formado de granos micrométricos de poliestireno u óxidos metálicos [62–64]. Otro mecanismo para producir gotas recubiertas es mediante la desestabilización de una *balsa granular* flotando en una interfase agua-aceite, debido a la diferencia de densidades del líquido, figura 3.1(d) [65,66]. Las emulsiones estabilizadas por partículas sólidas (“pickering emulsion”) sólo utilizan partículas sólidas, las cuales se acumulan en la interfase entre dos líquidos no miscibles y estabilizan gotas para evitar su coalescencia [67]. Fueron descubiertas hace aproximadamente un siglo y recientemente se ha hecho investigación respecto a ellas debido a que presentan muchas ventajas; por ejemplo, tienen gran estabilidad, muchas de las partículas sólidas que se utilizan tienen propiedades útiles como conductividad, porosidad, etc. y en grado alimenticio las partículas pueden tener menos toxicidad. Algunas de las partículas que se utilizan son sílice, arcilla, hidroxiapatita y algunas partículas orgánicas [67].

Todos estos encapsulados granulares tienen potenciales aplicaciones incluyendo almacenamiento de agua, sensores de contaminación, cosméticos, biomedicina, encapsulados de gases contaminados y el diseño de nuevos materiales aireados [59,60,63,64,68].

En este capítulo nos enfocaremos en dos aspectos: 1) el aire atrapado por un chorro de granos penetrando en agua y 2) la formación de burbujas de aire estables totalmente cubiertas con granos producidas durante el proceso, las llamamos *burbujas granulares*. Se observa que, bajo ciertas condiciones experimentales, el chorro de granos deforma la interfase aire-agua, el movimiento relativo del chorro con respecto al líquido genera inestabilidades que inducen adelgazamiento y curvaturas del chorro que se fragmenta dentro del agua produciendo burbujas de aire. Debido a la unión de partículas a la interfase

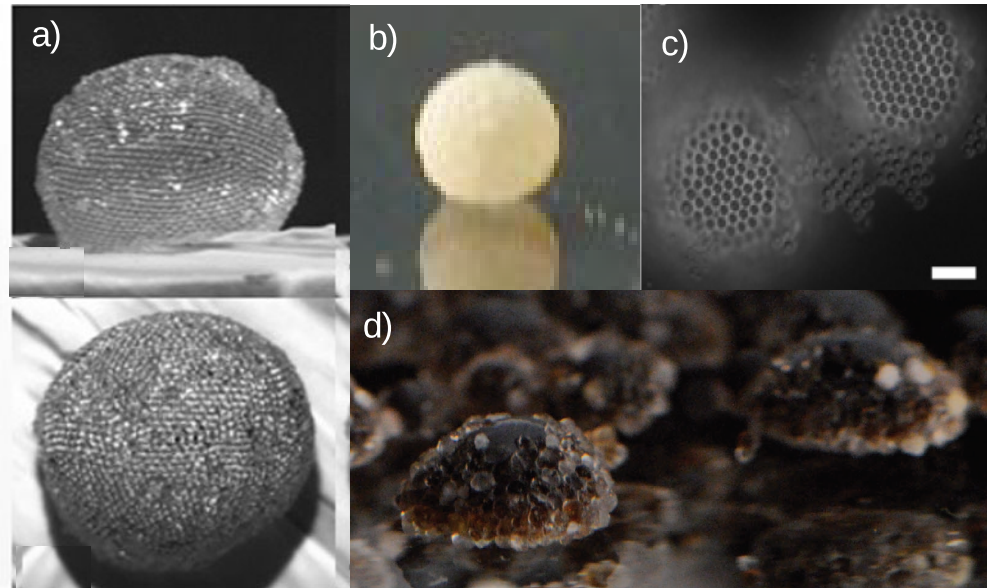


Figura 3.1: (a) *Encapsulados de gas*, aire encapsulado por granos, en un ambiente de aire (b) *encapsulados de líquido*, gotas de líquido cubiertas de polvo hidrofóbico (c)gotas cubiertas de partículas coloidales (d) gotas de aceite cubiertas con partículas formadas al desestabilizar una balsa granular. Imágenes tomadas de [59–63, 65, 66].

aire-agua el aire dentro de las burbujas queda atrapado, dando origen a las burbujas granulares.

Estos encapsulados autoensamblados pueden flotar hacia la superficie o hundirse al fondo del recipiente donde permanecen estables por horas o incluso días. En este experimento variamos sistemáticamente el tamaño de grano, el volumen de granos, la velocidad de impacto del chorro de granos y las propiedades físicas del líquido.

En resumen, hay distintas estructuras donde se encapsula aire o agua. En la figura 3.2 se puede ver un compendio de estas, en 3.2(a) *encapsulado de líquido*, líquido encapsulado inmerso en aire, 3.2(b) *encapsulado de gas*, aire encerrado por partículas en un ambiente de aire, 3.2(c) gotas recubiertas inmersas en agua, 3.2(d) *burbujas granulares*, burbujas de aire cubiertas de granos completamente inmersas en líquido. Puede verse que las burbujas granulares son estructuras que no se habían reportado anteriormente.

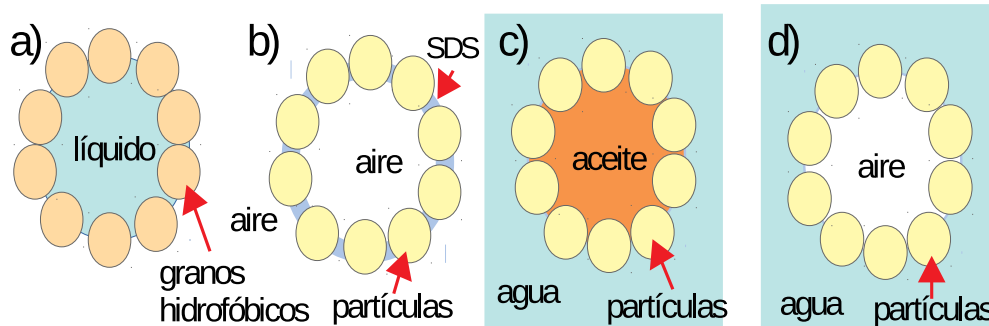


Figura 3.2: (a) *encapsulado de líquido*, líquido encapsulado inmerso en aire, (b) *encapsulado de gas*, aire encerrado por partículas en un ambiente de aire, (c) gotas recubiertas inmersas en agua, (d) *burbujas granulares*, burbujas de aire cubiertas de granos completamente inmersas en líquido.

3.1.1 Atrapamiento de partícula, química de superficies y estabilidad de encapsulados

El atrapamiento de partículas en interfaces es un fenómeno bastante estudiado debido a que se utiliza, por ejemplo, en el proceso de recuperación de minerales por flotación de espumas [69]. Sin embargo, el proceso de desunión de partículas unidas a interfaces aún no está bien entendido debido a que se considera un proceso estocástico, y usualmente se atribuye a interacciones dinámicas con estructuras de flujo turbulento (remolinos) en un ambiente de flotación. Se han hecho modelos para predecir la probabilidad de desunión de las partículas y estos se han clasificado en distintas categorías: análisis de fuerzas, balance de energías y otros análisis empíricos como el tamaño de partícula comparado con el tamaño máximo de partículas flotantes [69].

Es intuitivo estudiar el movimiento de partículas en la superficie de una burbuja haciendo un análisis desde la perspectiva de un balance de fuerzas siguiendo la segunda ley de Newton. Las fuerzas actuando sobre una partícula pueden dividirse en dos grupos: fuerzas de unión y fuerzas de desunión. La competencia entre estos dos grupos de fuerzas rige la desunión de las partículas y la estabilidad. Una partícula se despegará de la superficie de la burbuja si la magnitud de las fuerzas de desunión es mayor que la de las fuerzas de

unión. Para analizar el proceso de desunión se utiliza el número de Bond (Bo). Un número de Bond grande indica que el sistema relativamente no se afecta por los efectos de tensión superficial, mientras que un número de Bond pequeño indica que la tensión superficial domina. Schulze propuso un número de Bond modificado (Bo^*) [69] el cual expresa la razón entre la magnitud de todas las fuerzas de desunión con todas las fuerzas de unión. El número de Bond modificado no se restringe a un sistema de dos fases, donde sólo partículas (gotas o burbujas) existen en un fluido continuo, sino que se extiende a sistemas de flotación multifase, es útil para describir la desunión burbuja-partícula donde partículas, burbujas y líquido coexisten. La unión de una partícula a la interfase de una burbuja depende en gran medida de la fuerza capilar, la cual depende del perímetro de la línea de contacto de las tres fases, la tensión superficial y el ángulo de contacto. En un análisis completo de fuerzas actuando sobre partículas unidas a la superficie de burbujas, se consideran dos casos, un caso estático en un líquido sin movimiento y el caso de un líquido turbulento [69].

En el caso estático donde el líquido es inmóvil, cuando una partícula está unida a una burbuja, las fuerzas consideradas que actúan sobre la partícula son la fuerza capilar, la fuerza de flotación, la fuerza debido a la presión y la fuerza gravitacional. En el análisis de fuerzas, los signos positivos y negativos indican la dirección de las fuerzas de unión y de desunión respectivamente, véase la figura 3.3, donde θ_c es el ángulo de contacto para la triple interfase aire-líquido-sólido y α es el ángulo de medio cono formado entre la circunferencia del puente líquido y el centro de la partícula.

Los dos ángulos dependen de las propiedades de humectabilidad de la superficie de las partículas y juegan un rol importante en determinar la dinámica de unión y la eficiencia de flotación. Si se tiene un ángulo de contacto grande, la unión será fuerte y las burbujas llevarán partículas hidrofóbicas [70].

El ángulo de contacto está directamente relacionado con la humectabilidad de la superficie del material en contacto con el líquido, por lo cual es fundamental controlarlo para obtener una humectabilidad deseada. Se ha notado bajo consideraciones teóricas y observaciones experimentales que la presencia de impurezas polares en fluidos, la rugosidad de la superficie sólida y las condiciones de flujo tienen una influencia en el ángulo de contacto [71].

Se conoce que las superficies de vidrio limpias son hidrofílicas ($\theta_c \sim 0$) debido a la gran densidad de grupos silanol los cuales forman enlaces fuertes con el hidrógeno [70, 72]. Sin embargo, un proceso de silanización, grabado con plasma o tratamientos químicos

pueden usarse para aumentar la hidrofobicidad en un amplio rango.

Existen distintas técnicas para cambiar el ángulo de contacto de esferas de vidrio, como la quimisorción de siliconas o de hexametildisiloxano (HMDS) en las superficies de vidrio, donde las propiedades de la superficie dependen de su estructura, composición e historia de la superficie. Las superficies de vidrio frescas exhiben fuerzas atractivas debido a iones desbalanceados. Algunas sustancias combinan químicamente con superficies de vidrio tal que surgen fuerzas de enlaces electrovalentes o covalentes. Los fluidos de silicona reaccionan con los grupos OH^- de agua adsorbida en la superficie de vidrio, facilitando la unión de átomos de silicio con la estructura de vidrio. El HMDS reacciona con superficies de vidrio de una manera similar. Por ejemplo, un tratamiento de esferas de vidrio con un fluido de silicona Dow Corning 550 o con HMDS permite variar el ángulo de contacto en un rango de $\theta_c \sim 0-148^\circ$ y de $0-120^\circ$ respectivamente [71]. En nuestro estudio no se modificaron las propiedades de humectabilidad de las esferas de vidrio, y se utilizaron las esferas en las condiciones que las recibimos del proveedor. Debido a que las esferas de vidrio son capaces de unirse a la superficie de las burbujas, se puede asumir un grado considerable de hidrofobicidad y esperar un valor alto de θ_c .

Pero la humectabilidad de la superficie no es suficiente para asegurar la unión de la partícula a la burbuja. Un grano se mantiene unido a la superficie de la burbuja si las fuerzas de unión balancean las de desunión. La fuerza de unión más significativa es la fuerza capilar. Para una partícula de radio R_g , unida a la interfase burbuja-líquido, la fuerza capilar se puede expresar como:

$$F_c = 2\pi\sigma R_g \sin\alpha \sin(\theta_c - \alpha). \quad (3.1)$$

F_c tiene un máximo cuando el ángulo α es la mitad del ángulo de contacto.

La segunda fuerza que actúa sobre la partícula unida a la burbuja es la fuerza de flotación. En un líquido con densidad ρ_l , para una partícula parcialmente inmersa, la fuerza de flotación puede escribirse como:

$$F_b = \frac{\pi R_g^3 \rho_l g}{3} (2 + 3\cos\alpha - \cos^3\alpha). \quad (3.2)$$

En el caso de la fuerza de presión, consideramos la diferencia de presión de Laplace, debido a que la presión dentro de la burbuja es mayor que la presión fuera de la burbuja:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R_b}. \quad (3.3)$$

El peso de la partícula F_g el cual tira de la partícula unida hacia el líquido actúa como una fuerza de desunión. Para una partícula con densidad ρ_g la fuerza de gravedad puede escribirse como:

$$F_g = -\frac{4\pi R_g^3 \rho_g g}{3}. \quad (3.4)$$

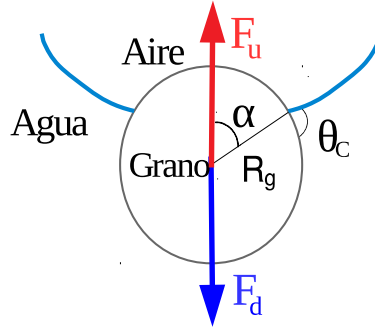


Figura 3.3: Fuerzas actuando en un grano adherido a la superficie de una burbuja en la parte inferior.

Tomando el número de Bond modificado, queda de la forma:

$$Bo^* = \frac{F_g - F_b + F_p}{F_c}. \quad (3.5)$$

La partícula es despegada de la burbuja cuando Bo^* es mayor a 1. La fuerza de desunión es proporcional a la masa de la partícula, la cual es lineal con el cubo del tamaño de la partícula. La fuerza de adhesión cambia con el perímetro de la línea de contacto de las tres fases, entre la partícula, el líquido y el aire de la burbuja. El número de Bond se definió para caracterizar la estabilidad del agregado.

3.2 Diseño experimental

En la figura 3.4 se muestra el montaje experimental. Antes de cada experimento, se deposita agua desionizada a una temperatura T que está en el rango de 5°C - 80°C en una probeta de 100 ml. Después una masa $m \in [0.5, 6.0]$ g correspondiente a un volumen $V_{\text{granos}} \in [0.2, 2.3]$ cm^3 de esferas de sílice (Potters Industries LLC) de un tamaño dado y densidad $\rho_g = 2.6$ g/cm^3 es vertida en dirección completamente vertical desde un pequeño embudo colocado a una altura h por encima del nivel de agua. Cuando la llave se gira los

granos caen desde el reposo por un tubo de vidrio de 4 mm de diámetro y $h = 1$ cm de largo, se forma un chorro de granos denso, el cual golpea la superficie con una velocidad $v \approx \sqrt{2gh}$. El impacto, la penetración del jet en el líquido y la formación de las burbujas es grabado con una cámara de alta velocidad Photron UX-100 a 1000 cuadros por segundo. El experimento se repitió cinco veces con granos de diferente radio $R_g = 50, 100, 150, 250, 350$ y $400 \mu\text{m}$. Al cambiar la altura desde la que los granos son soltados, se midió la velocidad

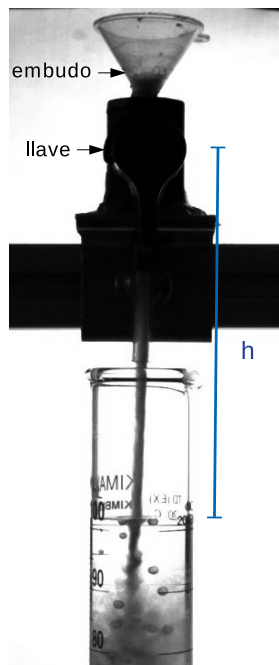


Figura 3.4: Diseño experimental para generar burbujas granulares.

con la que impactan la superficie, en la tabla 3.1 se escribe el valor de las velocidades.

La temperatura del agua se varió para cambiar sistemáticamente la tensión superficial σ en el rango $0.075 - 0.060$ N/m y la viscosidad dinámica η en el rango $1.5 - 0.32$ mPa.s. Estas propiedades del líquido también se cambiaron usando agua con pequeñas fracciones molares de etanol, $X=0, 0.016$ y 0.033 .

La fracción molar representa la razón del número de moles n_i del i -ésimo componente

Altura (cm)	velocidad de impacto (m/s)
4	0.9
7	1.2
11.2	1.5
21	2.0
31	2.4
61.5	3.5

Tabla 3.1: Velocidad de impacto de los granos en función de la altura.

y el número de moles de todos los componentes presentes en la mezcla. En este caso:

$$X = \frac{n_{etanol}}{n_{etanol} + n_{agua}}.$$

En nuestros experimentos usamos mezclas binarias de agua con 5 % y 10 % de etanol. Como n_i es dado por la razón de la masa de un componente m_i y su masa molar M_i , para una mezcla de un volumen de agua $V_{agua} = 95$ ml y $V_{etanol} = 5$ ml, y considerando las densidades del etanol y el agua $\rho_{etanol} = 0.789$ g/ml y $\rho_{agua} = 0.997$ g/ml, se tiene:

$$n_{etanol} = \frac{m_{etanol}}{M_{etanol}} = \frac{\rho_{etanol} \cdot V_{etanol}}{M_{etanol}} = \frac{3.945g}{46.07g/mol} = 0.086.$$

y

$$n_{agua} = \frac{m_{agua}}{M_{agua}} = \frac{\rho_{agua} \cdot V_{agua}}{M_{agua}} = \frac{94.715g}{18.02g/mol} = 5.256.$$

Por lo tanto:

$$X_{etanol}(5\%) = \frac{0.086}{0.086 + 5.26} = 0.016.$$

Haciendo cálculos similares para la mezcla de 90 ml de agua con 10 ml de etanol, se obtiene $n_{etanol} = 0.171$ y $n_{agua} = 4.98$. Por lo tanto:

$$X_{etanol}(10\%) = \frac{0.171}{0.171 + 4.98} = 0.033.$$

En las figuras 3.5(a) y 3.5(b) se muestra la tensión superficial σ y la viscosidad η de agua en función de la temperatura. En 3.5(c) y 3.5(d) se muestra cómo varía σ y η de la mezcla agua-etanol en función de la fracción molar de etanol.

La tabla 3.2 resume todos los valores de los cinco parámetros variados en este estudio. Para cada experimento, cuatro parámetros se fijaron y el restante se varió sistemáticamente, se tomó un video y posteriormente se analizó utilizando *ImageJ*. La última columna

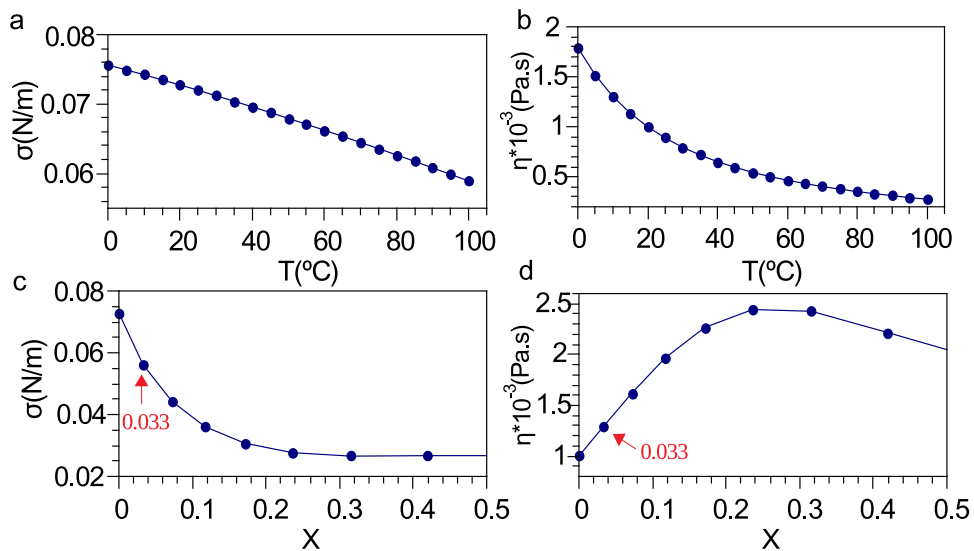


Figura 3.5: (a) Tensión superficial de agua en función de la temperatura, (b) viscosidad dinámica en función de la temperatura, (c) tensión superficial de una mezcla agua-etanol en función de la fracción molar de etanol, (d) viscosidad dinámica en función de la fracción molar. Los datos fueron tomados de las referencias [73–75].

indica el valor medido en cada video: el volumen de aire atrapado V_{aire} y el radio de cada burbuja R_b . La medición experimental se expresa como función de la cantidad de granos, velocidad de impacto del chorro, tamaño de grano y propiedades del líquido.

m (± 0.01 g)	R_g (μm)	T ($\pm 1^\circ\text{C}$)	h (± 0.1 cm)	X	Cantidad medida
2.0	25,50,75 100,125,150 175,200	5,10,20,30 40,50,60 70,80,90	7.5	0.000	Radio burbuja
2.0	25,50,75,100 125,150,175,200	20	4,7.5,11 21,31,61	0.000	Radio burbuja
2.0	50	20	7.5	0.000 0.016 0.033	Radio de burbuja
0.5,1.0,1.5 2.0,3.0,4.0 5.0,6.0	75,125 150,200	20	4,7.5,11 21,31,61	0.000	Volumen de aire

Tabla 3.2: Resumen de los parámetros experimentales usados. La variable **m** representa la masa de granos vertidos, R_g el radio de grano, **T** la temperatura del agua, **h** representa la altura de impacto y **X** la concentración de etanol de las mezclas binarias. Los valores estandar son $M = 2.0$ g, $R_g = 50 \mu\text{m}$, $T = 20^\circ\text{C}$, $h = 7.5$ cm y $X = 0$ (agua pura).

3.3 Resultados

La figura 3.6 muestra la entrada de un chorro granular colimado con partículas de $50 \mu\text{m}$ vertidas desde $h = 7.5$ cm en agua, a una temperatura de $T = 20^\circ\text{C}$ (*i. e.* $\sigma \approx 0.072$ N/m y $\eta = 10^{-3}$ Pa.s). La interfase aire-agua se deforma cuando los granos la alcanzan, la estructura colimada de granos y aire penetra en el líquido con cierta velocidad. El movimiento relativo del chorro con respecto al líquido genera inestabilidades que inducen adelgazamiento y curvaturas del chorro. En este punto el chorro se fragmenta y se forman burbujas de aire, se genera una mezcla turbulenta de burbujas de aire y granos que se adhieren a la superficie de las burbujas dando origen a las burbujas granulares. Conforme esta mezcla de burbujas de aire y granos es llevada hacia abajo por el momento del chorro, algunas granos se hunden individualmente en el contenedor mientras que otros permanecen pegados a la superficie de las burbujas y mantienen el aire encapsulado.

3.3.1 Atrapamiento de aire

Para bajas velocidades de impacto, la figura 3.6 revela que el aire atrapado alrededor del chorro es despreciable. Esto sugiere que la mayor parte del aire atrapado está en el espacio intersticial del chorro. Si se considera que el volumen total del chorro es el volumen de los granos V_{granos} más el volumen del aire intersticial V_{aire} , la fracción de

no son considerados en el análisis previo y se espera que estos parámetros sean relevantes. La figura 3.8(b) muestra que la razón V_{aire}/V_{granos} disminuye cuando el tamaño de grano aumenta. Por otro lado, V_{aire}/V_{granos} aumenta considerablemente cuando la velocidad de impacto aumenta, figura 3.8(c). Una posible explicación es que el líquido puede percolar más rápido entre los granos cuando el tamaño de grano aumenta porque la resistencia hidrodinámica es menor. Así, el líquido ocupa el espacio intersticial disminuyendo V_{aire} . Por otro lado, para velocidades de impacto más grandes el líquido tiene menos tiempo de percolar en la estructura y más aire intersticial es arrastrado dentro del chorro durante la penetración. Además, para grandes velocidades de impacto, la penetración del chorro genera turbulencia y promueve atrapamiento de aire como en el caso de un chorro de líquido. Sin embargo, independientemente de h , V_{aire}/V_{granos} es despreciable para $R_g > 150 \mu\text{m}$, lo que nos da algunas pistas acerca de las condiciones requeridas para la generación de burbujas granulares.

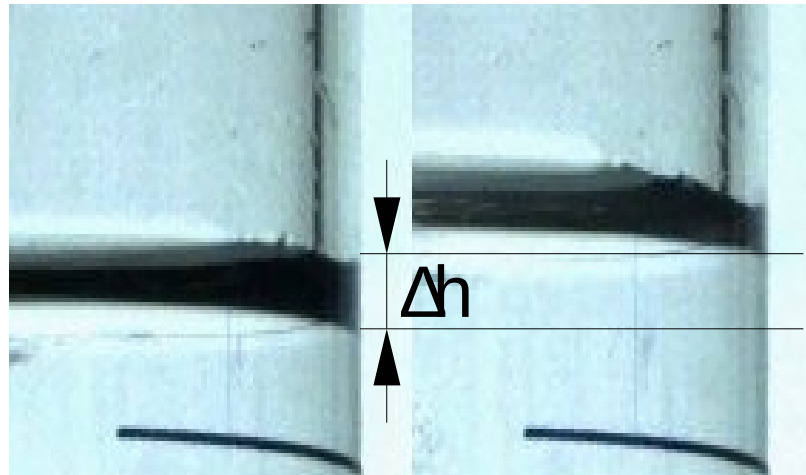


Figura 3.7: De los videos del experimento se mide Δh para determinar el cambio de volumen ΔV y determinar el volumen de aire atrapado.

3.3.2 Formación de burbujas granulares

Los resultados previos indican que el volumen de aire encapsulado, o de forma equivalente, la cantidad de burbujas y su tamaño es dependiente del tamaño de grano. Los videos de alta velocidad nos permiten visualizar cómo cambia la dinámica con R_g . Se puede observar en la figura 3.9 que la dinámica es distinta y se obtienen burbujas de

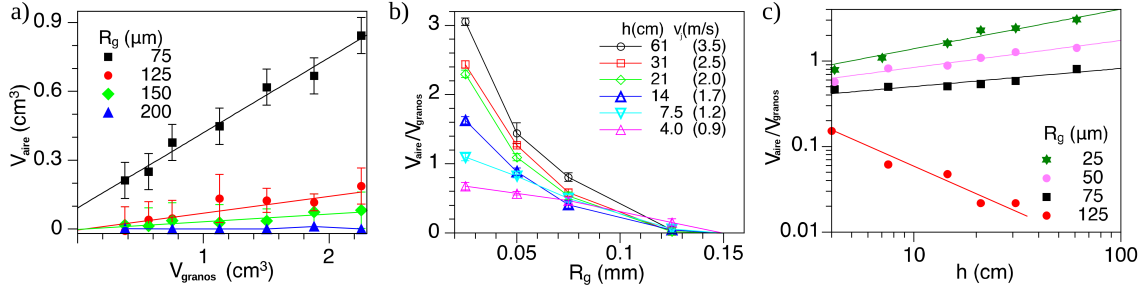


Figura 3.8: (a) V_{aire} vs V_{granos} para distintos tamaños de grano ($h = 7.5$ cm, $T = 20^\circ C$). (b) V_{aire}/V_{granos} vs R_g para distintas alturas de impacto ($m = 0.5$ g, $T = 20^\circ$, se indica la velocidad de impacto). (c) V_{aire}/V_{granos} vs h para distintos tamaños de grano.

distintos tamaños dependiendo del tamaño de grano. Las fotografías tomadas de los videos para una temperatura del líquido de $20^\circ C$ (*i. e.* $\sigma \approx 0.072$ N/m y $\eta = 10^{-3}$ Pa.s) muestran que para granos de $R_g = 50 \mu m$, el chorro deforma la interfase agua-aire y penetra el agua formando una serpiente colimada de granos y aire. Las inhomogeneidades ocasionadas por la desestabilización del chorro granular producen la formación de burbujas cubiertas de granos que flotan y suben a la superficie del líquido.

Conforme aumenta el tamaño de grano, por ejemplo, para $R_g = 150 \mu m$ los granos caen más dispersos, la serpiente es menos notable y la cantidad de aire que entra al agua con el chorro de granos es menos significativa. En consecuencia, las burbujas que se forman son de menor tamaño, estas se hunden y quedan en el fondo del contenedor. Para granos con radios $R_g > 200 \mu m$ el chorro de granos se dispersa completamente, los granos se sumergen de manera individual y no se observa la formación de una serpiente, por lo tanto ya no hay formación de burbujas granulares.

En la referencia [77] se encontró que granos secos fluyendo desde un pequeño orificio forman un chorro suave y colimado si el diámetro de grano d y el diámetro del orificio D satisfacen la desigualdad $D/d > 15$, de otra manera el flujo de granos es discreto con granos distinguibles cayendo en aire bajo la acción de la gravedad. Al hacer los cálculos con nuestros experimentos considerando que $D = 4$ mm y $d = 2R_g$, se encuentra que $D/2R_g \approx 40$ para $R_g = 50 \mu m$, mientras que $D/2R_g \approx 8$ para $R_g = 225 \mu m$. Por lo tanto, nuestras observaciones muestran en la figura 3.9 un chorro colimado para los granos

más pequeños y un chorro disperso para los granos más grandes, lo cual concuerda con la referencia [77]. Además, cuando el chorro colimado penetra el líquido a una gran velocidad, la interacción líquido-chorro genera inestabilidades que provocan la ondulación de la delgada estructura granular, véase figura 3.6.

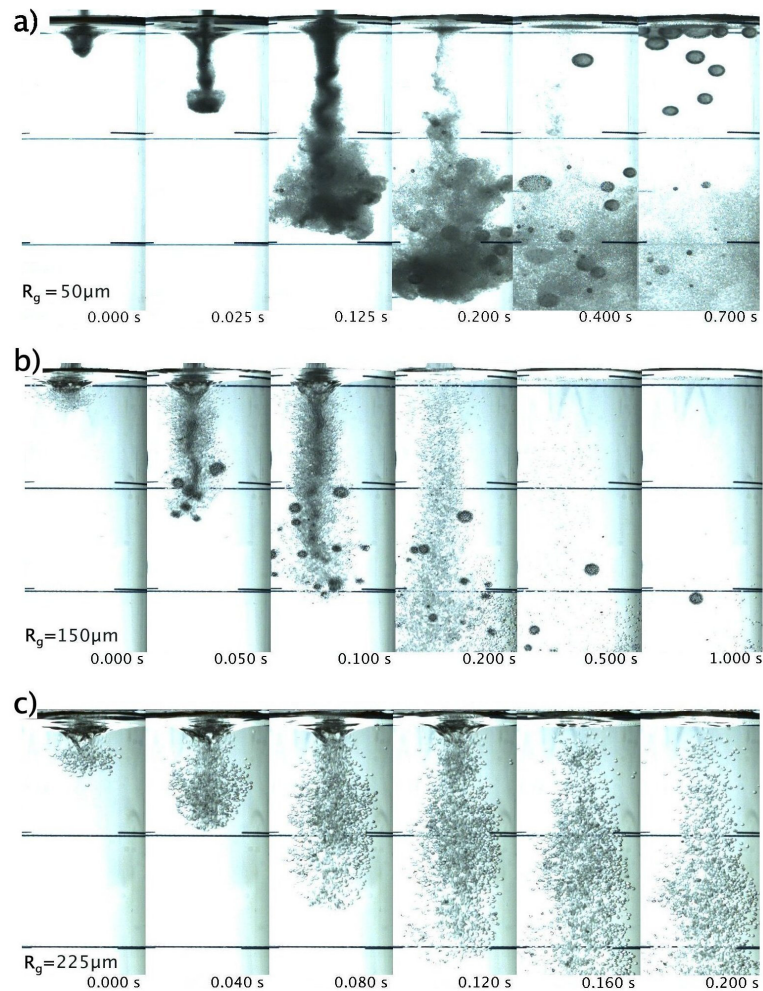


Figura 3.9: Efecto del radio de grano en el tamaño de burbuja. (a) Para granos de $R_g = 50 \mu\text{m}$ se forman burbujas grandes que ascienden a la superficie. (b) Para $R_g = 150 \mu\text{m}$ las burbujas son más pequeñas y se van al fondo del contenedor. (c) Para $R_g = 225 \mu\text{m}$ no se forman burbujas. Estos experimentos se hicieron con agua a una temperatura de $T = 20^\circ\text{C}$.

El tamaño de las burbujas depende de la tensión superficial σ y la viscosidad η del líquido. Para estudiar el efecto de estos parámetros, variamos la temperatura. Para agua

pura, la dependencia de σ y η se muestra en la figura 3.5. En la figura 3.10(a) se muestran fotografías para un tamaño de grano fijo $R_g = 50 \mu\text{m}$, penetrando en agua con diferentes temperaturas, cuando se aumenta la temperatura, es decir cuando la tensión superficial y la viscosidad disminuyen (véase la figura 3.5), el tamaño de burbuja disminuye. Cerca de cierta temperatura $T_c \sim 50^\circ\text{C}$ ya no hay formación de burbujas granulares, pueden aparecer algunas burbujas pero sin granos en la superficie. Sin embargo, los experimentos con distintas T no nos permiten determinar que parámetro (σ o η) determina la unión de granos a las burbujas, porque ambas propiedades disminuyen con T . Por lo cual se hicieron experimentos usando mezclas binarias de agua y etanol a una temperatura fija $T = 20^\circ\text{C}$.

En la figura 3.10(b) se observan fotografías de experimentos hechos con una mezcla binaria de agua-etanol con pequeñas fracciones molares de etanol X a una temperatura de 20°C . En este caso σ disminuye de 0.072 N/m para $X = 0$ (agua pura) hasta $\sim 0.053 \text{ N/m}$ para $X = 0.033$ mientras que η aumenta de 1 a $1.3 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ (véase figura 3.5), aunque aparecen burbujas grandes para $X = 0.033$, los granos no se atrapan en la superficie de la burbuja. Esto indica que los granos dejan de quedarse atrapados en la superficie cuando σ disminuye, sin importar si la viscosidad del líquido aumenta o disminuye. Por lo tanto, aunque la viscosidad es relevante en el número y tamaño de las burbujas, σ es la propiedad determinante del líquido en el proceso de unión partícula-burbuja.

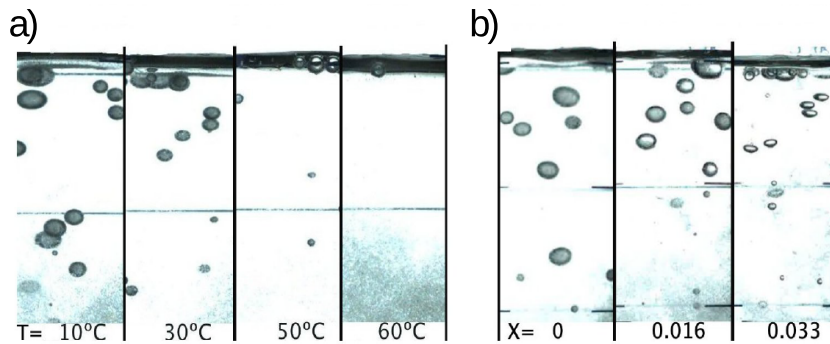


Figura 3.10: (a) Efecto de la temperatura del agua: el número y tamaño de burbuja disminuye cuando T aumenta. (b) Mezcla binaria: los granos no se atrapan en la superficie de las burbujas con una concentración molar $X > 0.033$. Estas imágenes corresponden a partículas de tamaño constante $d = 50 \mu\text{m}$ y $h=7.5 \text{ cm}$.

En la gráfica mostrada en la figura 3.11 se concentran los datos obtenidos de los

videos de los experimentos hechos con agua pura usando los parámetros reportados en la tabla 3.2 . Utilizando *ImageJ* se midió el tamaño de burbuja para distintos valores de R_g , σ y h . Cada punto representa una burbuja. Se puede observar que el radio de burbuja más grande es $R_b \sim 3 - 4$ mm para el grano más pequeño. Cuando se aumenta el tamaño de grano, el número de burbujas y su tamaño decrece y la formación de burbujas es posible sólo a partir de cierto valor de la tensión superficial. Por otro lado no hay una tendencia monótona en función de la altura h desde la que cae el chorro granular.

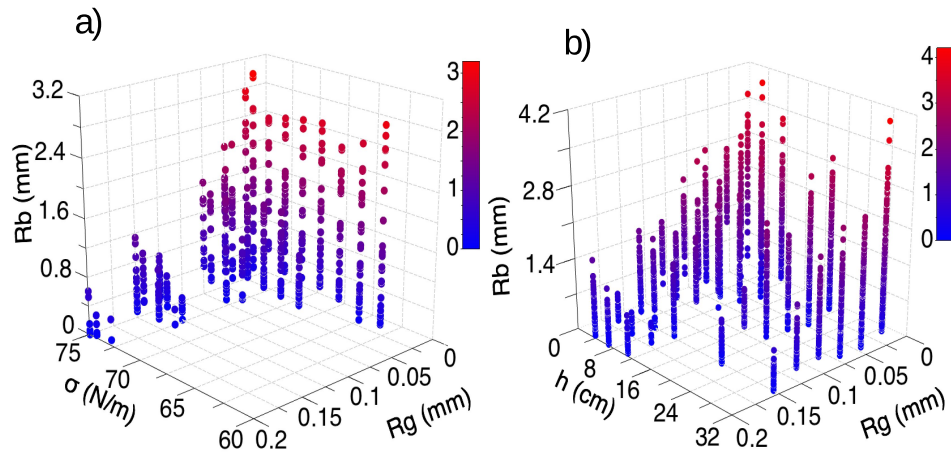


Figura 3.11: Gráfica que reúne los datos obtenidos experimentalmente, (a) variando la tensión superficial del agua y (b) variando la altura desde la que se dejan caer los granos (velocidad de impacto).

3.4 Discusión

3.4.1 Unión partícula-burbuja

En los experimentos hechos con los granos más pequeños, las burbujas están completamente cubiertas con partículas, sin embargo, para granos de radio $R_g = 150 \mu\text{m}$ se observa que algunas burbujas están cubiertas parcialmente con granos y estos se acumulan

en la parte inferior de la burbuja debido a la gravedad, véase figuras 3.12(a)-(b). De estas imágenes es claro que el radio total del encapsulado es el radio de la burbuja de aire más el diámetro del grano, i. e., $\sim R_b + 2r_g$. Un acercamiento tomado con el microscopio, figura 3.12(c), nos permite observar que cada grano está en la parte externa de la burbuja unido por un puente capilar, pero no hay puentes líquidos visibles entre las partículas. Así, el balance entre las fuerzas de unión y desunión en dirección radial de la burbuja, es la razón por la cual las partículas quedan unidas a la superficie de la burbuja.

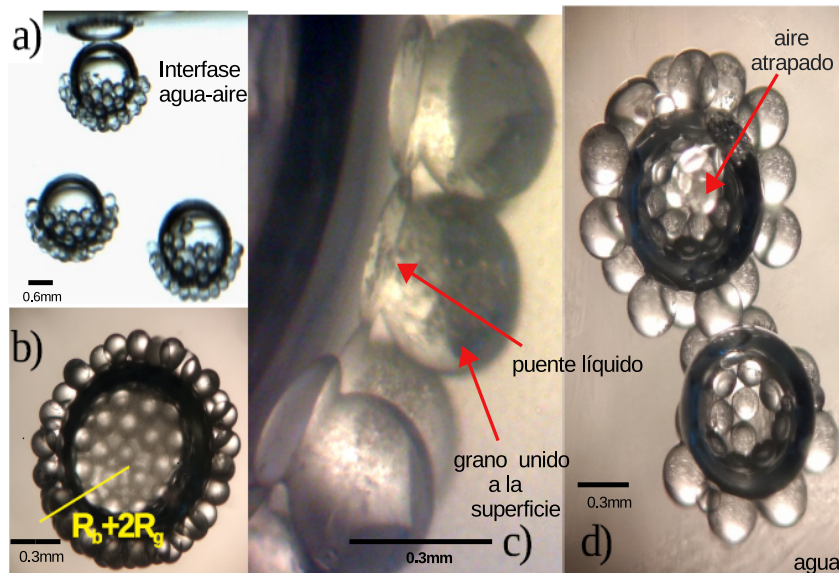


Figura 3.12: Fotografías de las burbujas tomadas con el microscopio.

En la figura 3.3 se muestra un esquema de una partícula unida a una burbuja, se eligió esa posición de la partícula en la superficie de la burbuja porque es donde la partícula soporta la mayor fuerza de desunión considerando el efecto de la gravedad. Se muestran las fuerzas de unión y desunión descritas en la sección 3.1.1.

Para analizar las fuerzas de unión y desunión que actúan sobre la partícula siguiendo el procedimiento propuesto en las referencias [69] y [78], consideremos el número de Bond modificado Bo^* mencionado anteriormente. Para predecir con éxito la estabilidad de las burbujas granulares es necesario determinar correctamente el ángulo de contacto.

En flotación, hay una histéresis del ángulo de contacto del agregado burbuja-partícula,

que va desde el ángulo de retroceso hasta el ángulo de avance. Debido a esto, la fuerza capilar instantánea cambia con el ángulo de contacto. De las fotografías mostradas en la figura 3.12, se midieron valores de $\theta_c \sim 70^\circ$ y valores de $\alpha \sim 30^\circ$. En la tabla 3.3 y en la figura 3.13, se presentan las expresiones y órdenes de magnitud para las fuerzas de unión y desunión calculadas usando los ángulos medidos. Las fuerzas fueron calculadas para cada burbuja de radio R_b producidas por granos de radio R_g y distintos valores de tensión superficial. Claramente, la unión de las partículas a las burbujas está determinado principalmente por la fuerza capilar y la fuerza de Laplace. El peso aparente $F_w - F_b$ alcanza el mismo orden de magnitud de F_c sólo para partículas de $R_g \approx 1.5$ mm, considerablemente mayor que los granos usados en nuestros experimentos. La fuerza de arrastre $F_d = 6\pi\eta R_g v_j$, es de un orden de magnitud menor que otras fuerzas y puede ser despreciada para simplificar el análisis.

Conociendo la magnitud de las fuerzas que actúan sobre las partículas, estimamos el número de Bond modificado para cada burbuja en función del radio de grano R_g que se utilizó en los experimentos, véase figura 3.13. La condición $Bo^* = 1$ es el criterio de desunión partícula burbuja, especialmente para los granos más pequeños que producen burbujas grandes, indicando que las fuerzas de unión dominan en estos encapsulados. Sólo para granos de $R_g = 200 \mu\text{m}$, algunas burbujas tienen $Bo^* \sim 1$. Esto ocurre porque estos granos producen burbujas más pequeñas y la presión de Laplace es inversamente proporcional a R_b ; así, F_L aumenta y alcanza una magnitud del mismo orden que F_c . Esto explica el por qué burbujas grandes formadas por granos pequeños están completamente cubiertas e incluso pueden contener granos secos dentro, mientras que burbujas pequeñas formadas por granos grandes solo están parcialmente cubiertas con partículas acumuladas en la parte inferior.

3.4.2 Tamaño máximo y estabilidad de las burbujas granulares

La figura 3.14 muestra el tamaño máximo de burbuja R_b^{max} medido para diferentes valores de grano y tensión superficial. Nótese que R_b^{max} disminuye cuando R_g aumenta o cuando σ disminuye. Es interesante notar que en la figura 3.14(b) los granos de $R_g = 25 \mu\text{m}$ producen las burbujas más grandes con R_b^{max} (puntos azules) similar a la longitud capilar $\lambda_c = \sqrt{\sigma/(\rho g)}$ (línea punteada naranja) para los valores correspondientes de tensión superficial. Para granos de mayor tamaño, R_b^{max} disminuye con σ y las burbujas dejan de

Fuerza	Expresión	Rango (N)
Capilar	$F_c = -2\pi\sigma R_g \text{sen}\alpha \text{sen}(\theta_c - \alpha)$	$10^{-6} - 10^{-5}$
Laplace	$F_L = \frac{2\sigma}{R_b} \pi R_g^2 \text{sen}^2\alpha$	$10^{-7} - 10^{-5}$
Flotación	$F_b = \frac{\pi R_g^3 \rho_l g}{3} (2 - 3\cos\alpha - \cos^3\alpha)$	$10^{-8} - 10^{-6}$
Peso	$F_w = \frac{4\pi R_g^3 \rho_g g}{3}$	$10^{-8} - 10^{-6}$
Arrastre	$F_d = 6\pi\eta R_g v$	$(1 - 7) \times 10^{-8}$

Tabla 3.3: Fuerzas de unión y desunión actuando en una partícula individual en la parte baja de una burbuja de acuerdo a la figura 3.3.

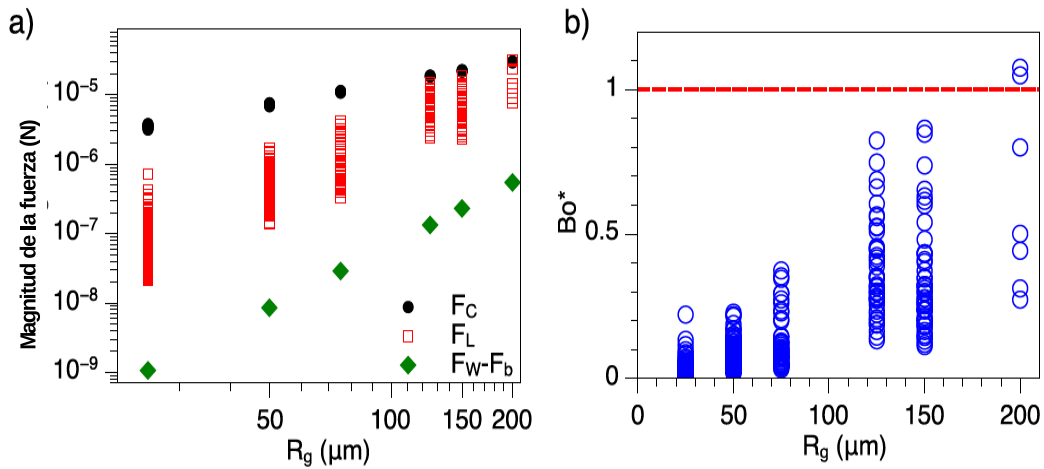


Figura 3.13: (a) Magnitud de las fuerzas de unión y desunión actuando en un grano unido a una burbuja en la parte inferior. La fuerza capilar y la presión de Laplace tienen magnitud similar cuando $R_g \approx 200 \mu\text{m}$. (b) Número de Bond modificado Bo^* vs R_g . Nótese que para las burbujas analizadas $Bo^* < 1$ indicando que las fuerzas de unión son mayores que las fuerzas de desunión.

formarse a un valor dado σ_c que depende del tamaño de grano. A pesar de que los granos pudieran unirse a las burbujas con $R_b > 3 \text{ mm}$, esas burbujas no se forman durante el proceso de atrapamiento de aire.

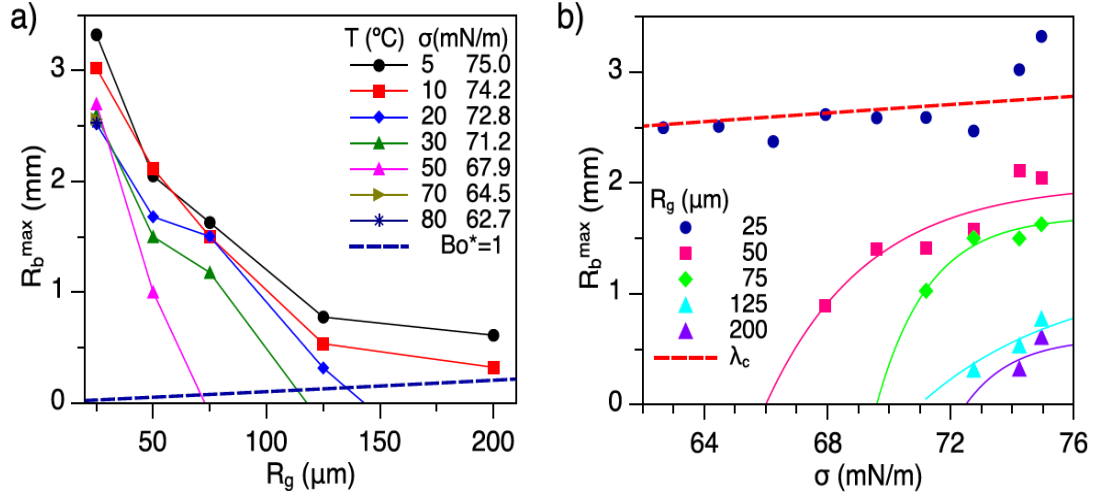


Figura 3.14: Maximo tamano de burbuja R_b^{max} para diferentes valores de (a) tamano de grano y (b) tensión superficial. La línea azul punteada en (a) corresponde a $Bo^* = 1$ e indica que debajo de esa línea los granos se separan de la superficie de la burbuja. Por otro lado, la línea punteada anaranjada en (b) corresponde a la longitud capilar como función de σ .

De acuerdo a la referencia [51], donde se hizo una revisión exhaustiva del atrapamiento de aire producido por chorros de agua impactando en superficies de agua, hay un acuerdo general en que para el sistema aire-agua, las burbujas en la región que ascienden tienen diámetros máximos de 3 – 4 mm, prácticamente sin depender de la velocidad de impacto y del diámetro del chorro. Algo similar pasa en nuestro caso, donde el radio máximo de burbuja fue $R_b^{max} \sim 3$ mm. Esto es principalmente observado para granos de $R_g = 25 \mu\text{m}$ ya que forman un chorro granular más denso y colimado. Para el tamano de grano similar, las características similares a las de un líquido se han reportado previamente [76,77,79]. Por otro lado, burbujas de aire mayores que λ_c se fragmentan y se reorganizan en distribuciones de burbujas pequenas que pueden coalescer posteriormente [80]. La fragmentación también puede ocurrir en nuestro caso debido a las colisiones de las primeras burbujas generadas y el chorro de granos que est entrando. Sin embargo, este escenario de coalescencia no fue observado, ni con la superficie del líquido ni entre burbujas adyacentes.

Una burbuja de aire que asciende a la superficie dentro de un líquido coalesce con la superficie prácticamente al contacto. Sin embargo, una burbuja puede rebotar debajo de la

interfase aire-agua por algunos milisegundos sin coalescer directamente sólo si una delgada capa de agua entre la burbuja y la interfase no alcanza su grosor de ruptura durante el tiempo de colisión [81]. Las burbujas que alcanzan la superficie de agua a bajas velocidades (< 0.1 mm/s) pueden sobrevivir por algunos minutos [48]. En nuestro caso las burbujas son estables por horas o incluso días debido a la existencia de una monocapa de granos que previene coalescencia entre burbujas adyacentes, véase figura 3.12(d) o entre burbujas y la interfase.

Las burbujas de aire también pueden estabilizarse en emulsiones con nanopartículas [82, 83]. En este caso, la naturaleza de las fuerzas dominantes involucradas son diferentes. Por ejemplo, el peso de las partículas nanométricas puede ser completamente despreciado y las burbujas pueden estar suspendidas en la emulsión. En nuestro caso, F_w es importante y hace que la burbuja se hunda cuando su valor es mayor que la fuerza de flotación. Para terminar nuestro análisis, en la siguiente sección se presenta la condición de flotabilidad de las burbujas granulares.

3.4.3 Dinámica de las burbujas granulares

Cuando se forman las burbujas granulares, los granos quedan unidos a la superficie de la burbuja de aire, esto se puede observar en la figura 3.12, estas fotografías corresponden a granos de $R_g = 150 \mu\text{m}$. De las imágenes se puede considerar que una monocapa de granos cubre la superficie de las burbujas, de forma que se puede hacer un cálculo aproximado del peso de una burbuja para posteriormente hacer un análisis de las fuerzas que actúan sobre ella y describir su dinámica.

El ascenso o descenso de las burbujas está determinado por una competencia entre el empuje del líquido y el peso de la burbuja, al establecer una condición de equilibrio entre estas fuerzas, se puede trazar una curva R_b vs R_g .

Considere una burbuja de radio R_b totalmente cubierta con una monocapa de N esferas de vidrio de radio R_g y densidad ρ_g . Como toda el área en la superficie de la esfera de radio $R_b + R_g$ puede ser cubierta por los granos, la fracción de superficie ϕ es:

$$\phi = \frac{A_{cubierta}}{A_{burbuja}} = \frac{\pi R_g^2 N}{4\pi(R_b + R_g)^2}. \quad (3.6)$$

de aquí, se puede aproximar el número de partículas adheridas a la superficie $N \approx 4\phi(R_b + R_g)^2/R_g^2$. Si el volumen de un grano es V_g la burbuja totalmente cubierta tiene un volumen

$V_b = (4/3)\pi R_b^3 + NV_g$ y esta podrá flotar en el líquido si la fuerza de empuje E es mayor que el peso W de la burbuja granular, o hundirse si es menor. El peso de la burbuja granular es el peso de la burbuja de aire más el peso de los granos unidos a su superficie:

$$W = W_{aire} + W_g \approx W_g = N\frac{4}{3}\pi R_g^3 \rho_g g. \quad (3.7)$$

Donde el peso del aire dentro de la burbuja puede despreciarse. Por otro lado, la fuerza de empuje es:

$$E = \rho_l g V_b = \frac{4}{3}\pi \rho_l g (R_b^3 + 4\phi(R_b + R_g)^2 R_g). \quad (3.8)$$

Se encuentra que la condición de equilibrio $E = W$ se satisface por:

$$R_b^3 - 4\phi \frac{\rho_g - \rho_l}{\rho_l} (R_b + R_g)^2 R_g = 0. \quad (3.9)$$

De la ecuación (3.9) se puede obtener R_b como función de R_g asumiendo que está cubierta de granos esféricos del mismo tamaño, como se muestra en la figura 3.12, con empaquetamiento hexagonal compacto $\phi_{hcp} = 0.84$ en dos dimensiones. La ecuación (3.9) se graficó en la figura 3.15 como una línea naranja. Las burbujas que ascienden a la superficie (círculos) y las que descienden (triángulos) están separadas en dos zonas por esta línea, estas dos zonas están perfectamente predichas por este modelo de flotación propuesto (línea naranja). En la figura 3.15 la línea azul corresponde al número de Bond modificado igualado a 1, $Bo^* = 1$, es decir cuando las fuerzas de unión y desunión actuando sobre una partícula en la superficie de la burbuja están en equilibrio. La línea negra punteada representa el radio máximo de burbuja R_b^{max} , por encima de esta línea y no hay formación de burbujas granulares.

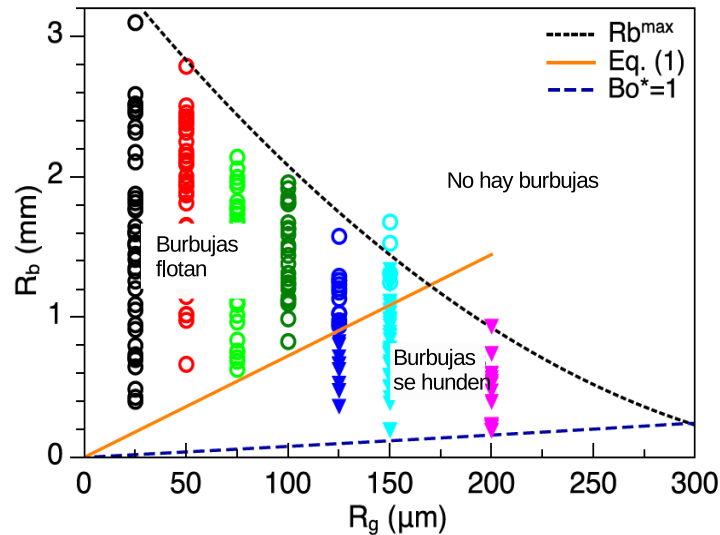


Figura 3.15: R_b vs R_g medido a $T = 20^\circ \text{C}$ y $h = 7.5 \text{ cm}$. Cada círculo hueco o triángulo sólido representa una burbuja que flota o se hunde en el contenedor, respectivamente. La línea anaranjada representa la condición de flotabilidad o hundimiento dada por la ecuación 3.9. No hay formación de burbujas por encima de la línea negra punteada (una referencia visual). La línea azul corresponde al número de Bond modificado igualado a 1 $Bo^* = 1$.

3.5 Conclusiones

- Se mostró que el volumen de aire atrapado es proporcional a la cantidad de granos vertidos y disminuye cuando el tamaño de grano aumenta, siendo despreciable para partículas $> 300 \mu\text{m}$.
- Para partículas menores a $300 \mu\text{m}$, el aire atrapado es encapsulado en burbujas cubiertas por una monocapa de partículas unidas a la interfase aire-agua de la burbuja mediante puentes capilares.
- Las burbujas granulares son similares en tamaño a burbujas de aire formadas por chorros de agua entrando en un contenedor del mismo líquido pero son considerablemente más estables debido a la monocapa de granos que evita la coalescencia.
- En contraste con las burbujas de aire, las burbujas granulares no sólo flotan, también pueden hundirse si su peso es mayor que la fuerza de flotación.
- El mecanismo reportado aquí puede usarse como una técnica simple para encapsular

gas y estabilizar burbujas y espumas.

- Hasta ahora, no se han dado argumentos físicos fuertes sobre las leyes de escalamiento encontradas experimentalmente. Un escalamiento apropiado en términos de números adimensionales (por ejemplo, el número capilar o el número de Weber) no es sencillo y se deja para investigación a futuro.
- El proceso de atrapamiento de aire ha sido ampliamente estudiado durante décadas para el caso de un chorro de agua debido a que es aplicable en varios procesos naturales e industriales. Nuestra trabajo puede inspirar a la comunidad para continuar investigando sobre las condiciones de atrapamiento de aire y generación de burbujas por el impacto y penetración de chorros granulares en agua.

Capítulo 4

Impacto de un proyectil en un medio granular sumergido

4.1 Antecedentes

Desde hace unos siglos cuando se hicieron las primeras observaciones astronómicas, se observaron depresiones circulares en la superficie de la luna y posteriormente en algunos planetas. Desde entonces geólogos y astrónomos propusieron distintas hipótesis del origen de estos cráteres [84,85]. Actualmente se sabe que los cráteres se pueden formar por distintos mecanismos, como impacto de proyectiles, por explosión, por implosión de una cavidad, etc. El tamaño y la morfología del cráter depende de distintos factores como: el ángulo con el que impacta un proyectil, la energía de impacto, la forma del proyectil, el medio en el que impactan, etc.

En años recientes se ha estudiado la formación de cráteres en materiales granulares. Dichos estudios se han enfocado en la morfología (diámetro y profundidad del cráter) y en la fuerza que opone el medio granular a ser penetrado.

El estudio sistemático se ha hecho variando la energía de impacto (altura desde la que se lanza el proyectil), densidad y diámetro del proyectil. Se ha encontrado que el diámetro de los cráteres formados escala como una ley de potencias $E^{1/4}$ con la energía de impacto y se encontró una ley de escalamiento diferente para la profundidad del cráter, que es $E^{1/3}$. También se han establecido leyes de escalamiento con las propiedades del medio [86]. Por muchos años los impactos en materia granular se estudiaron con proyectiles

sólidos. En 2011 Pacheco *et. al.* estudiaron impactos con proyectiles granulares esféricos que se desintegran por completo después de la colisión [87]. En este caso se observan

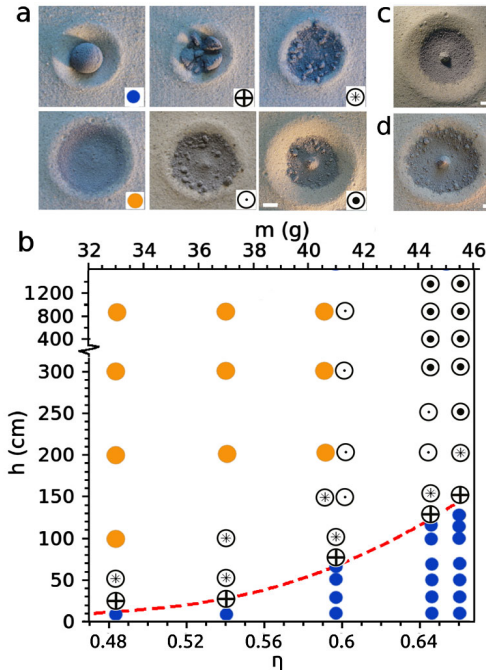


Figura 4.1: (a) Diferentes morfologías obtenidas usando proyectiles de $d = 3.65$ cm. Simple (círculo naranja) y complejo (círculos sólidos negros) los cráteres se hicieron a $h = 300$ cm para $\eta = 0.54$ y 0.66 , respectivamente (barra de escala = 2 cm. (b) Diagrama de fase $h - \eta$, los símbolos corresponden con (a). La línea roja corresponde a la altura de fragmentación, incluso cuando la energía cinética se aumenta cambiando la velocidad de impacto o la masa, la formación del pico central aparece. (c) Cráter complejo obtenido para $h = 1350$ cm, $\eta = 0.66$, $m = 45.5$ g, y $d = 3.65$ cm y (d) cráter complejo obtenido para $h = 300$ cm, $\eta = 0.66$, $m = 124$ g, y $d = 5.1$ cm. Figura tomada de la referencia [87]

cráteres simples y también con una morfología compleja, dependiendo de la fracción de empaquetamiento de los proyectiles η , véase figura 4.1, donde además se muestra un diagrama de fase $h - \eta$. También analizaron el diámetro y la profundidad del cráter como función de la altura (energía) de impacto del proyectil y encontraron que se sigue la misma ley de potencias que para un proyectil sólido, pero con una discontinuidad para cierta altura límite, relacionada con la energía de cohesión de los proyectiles. Contrario a lo que se pensaría, en lugar de un incremento monótono con la energía de impacto, la profundidad se vuelve constante por encima de este límite. [87]

Además de la formación de cráteres por impacto de proyectiles también se ha estudiado el proceso de formación de cráteres debido a la explosión y colapso de cavidades de aire presurizadas dentro de un medio granular [88]. En este caso el proceso de formación es distinto. Cuando una cavidad se rompe, se libera el aire contenido en ella y este asciende a la superficie a través del medio granular produciendo una erupción, el espacio vacío que deja el aire es ocupado por los granos que se hunden por acción de la gravedad y se forma un cráter, sus dimensiones están determinadas por el volumen de la cavidad. A diferencia de los cráteres por impacto, el borde es plano y sin importar la forma de la cavidad, el cráter evoluciona a una forma circular conforme la profundidad de la cavidad aumenta [88].

En 2017 Pacheco *et. al.* hicieron un estudio de formación de cráteres por explosiones en dos y tres dimensiones. En esta investigación describen la evolución de la formación del cráter, donde, siguiendo la explosión inicial, una onda de presión se propaga en el medio granular produciendo que granos salgan expulsados a alta velocidad y finalmente se forma un cráter. En este caso analizaron la morfología de los cráteres en el contexto de explosiones de gran tamaño, así como el proceso de formación. La morfología fue comparada con la de cráteres formados por procesos distintos en el mismo rango de energía. A diferencia de los cráteres formados por impacto de esferas densas, el diámetro y la profundidad no siguen la ley de potencias $E^{1/4}$ escalado con la energía, en este caso el exponente que se encontró es aproximadamente 0.30, que también se encuentra en experimentos a grandes escalas. Además, respecto a los granos expulsados su expansión obedece la misma dependencia de tiempo seguida por ondas de choque producidas por explosiones bajo tierra [89].

Cuando se estudia el impacto de un proyectil esférico en la superficie de un medio granular liso el material eyectado forma un borde circular alrededor del cráter. Si se cambia la superficie lisa por una superficie con líneas radiales, se observan rayos en el material eyectado [90]. Estos sistemas de rayos también pueden generarse por el impacto de proyectiles no esféricos en un medio granular con una superficie plana [91]. Este es un resultado importante pues los meteoritos rara vez son esféricos. Impactando proyectiles con diferentes geometrías, Pacheco-Vázquez encontró que el tamaño del cráter sigue la misma ley de escalamiento con la energía de impacto encontrada para proyectiles esféricos y el borde del cráter se vuelve más circular conforme se aumenta la energía de impacto independientemente de la forma del proyectil [91].

El estudio de la forma y la profundidad de cráteres formados por distintos mecanismos

como los que se mencionaron anteriormente se ha hecho en medios granulares secos, donde el medio intersticial puede despreciarse. Recientemente se han hecho impactos en medios granulares mojados y completamente inmersos para estudiar la formación de cráteres. También se han estudiado como actúan las fuerzas de arrastre sobre un objeto cuando está en un medio granular mojado.

Marston *et. al.* estudiaron la penetración de una esfera sólida cuando se deja caer en arena mojada con distintos porcentajes de saturación S , que se define como la razón del volumen de agua contenida en el medio granular y el volumen total de espacio vacío entre los granos $S = \frac{V_{liq}}{V_{aire} + V_{liq}}$, se muestra una gráfica en la figura 4.2. Midiendo la penetración final los autores determinaron que la cohesión inducida por el agua puede influir en la profundidad de penetración comparada con un medio granular seco para una altura dada. La presencia de agua puede lubricar o endurecer el medio granular. Asumiendo que la velocidad de corte es proporcional a la velocidad de impacto y usando una fuerza de frenado promediada con la profundidad para calcular el esfuerzo cortante, derivaron una viscosidad efectiva para medios granulares mojados [92].

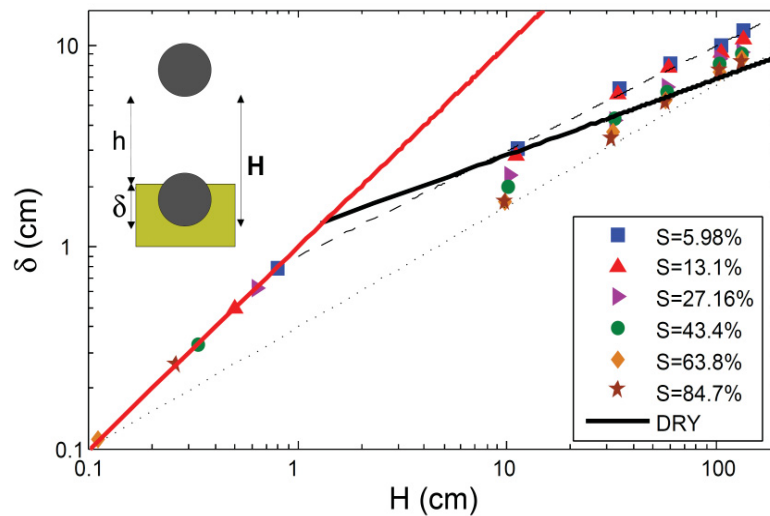


Figura 4.2: Profundidad final de penetración como función de la altura total de caída $H = h + \delta$ para granos mojados dentro de un cilindro. La línea sólida negra es la ley de potencias $\delta = AH^{\alpha_2}$ para granos secos donde $A \approx 1.13$ y $\alpha_2 = 0.37$, las líneas cortada y punteada indican pendientes de 0.6 y 0.5. Figura tomada de la referencia [92].

En este capítulo se estudia el impacto de una esfera sólida en una cama granular

totalmente inmersa en agua, se varió la cantidad de agua por encima de la cama granular para observar como la influencia del líquido modifica la velocidad de impacto del proyectil. También se varió la altura de impacto y se midió la profundidad alcanzada por el proyectil.

4.2 Diseño experimental

Dentro de un recipiente (50 x 27 x 32 cm) con agua se colocó un contenedor cilíndrico de 16 cm de altura y 17 cm de diámetro, el cual se llenó con granos de sílice de 100–700 μm de diámetro, véase figura 4.3. El nivel de agua se mantuvo por encima del medio granular durante todo el experimento de manera que los granos están totalmente inmersos. Se varió el nivel de agua por encima del medio granular con los valores $H_a = 0, 5, 15$ cm. Para asegurar que el empaquetamiento del medio granular fuera reproducible, antes de cada experimento se preparó el sistema de la siguiente manera: dentro del contenedor cilíndrico, se colocó un cilindro de menor radio sin fondo y dentro de este se vertieron los granos, una vez lleno se retiró a modo de que el medio granular se esparciera en el cilindro más grande. La preparación se hizo con los granos completamente sumergidos para evitar atrapamiento de aire y formación de burbujas. El proyectil es una esfera de acero de diámetro $D = 25.33$ mm la cual previamente se limpió con alcohol étílico para mantener la superficie completamente limpia y se le pegó un hilo de masa despreciable. Una vez preparado el sistema, se dejó caer la esfera que estaba sujeta a un electroimán. Cuando la esfera cayó en la cama granular se determinó la profundidad final alcanzada por el proyectil midiendo cuidadosamente la longitud del hilo arrastrado dentro del medio granular. El experimento fue filmado con una cámara de alta velocidad a 1000 cuadros por segundo para observar la dinámica de la esfera cuando impacta en el agua, se sumerge y finalmente se detiene dentro del medio granular sumergido. Se varió la altura h desde 5 cm hasta 185 cm.

4.3 Resultados

En la figura 4.4 se muestran imágenes instantáneas de videos tomados a 1000 cuadros por segundo desde una vista frontal, las imágenes instantáneas se tomaron cada 7 milésimas de segundo. Ambos experimentos se hicieron con $H_a = 15$ cm. En 4.4(a) la esfera cae desde una altura de $h = 125$ cm, se puede observar que cuando la esfera cae en el agua no hay atrapamiento de aire y después de sumergirse en el agua impacta en la cama

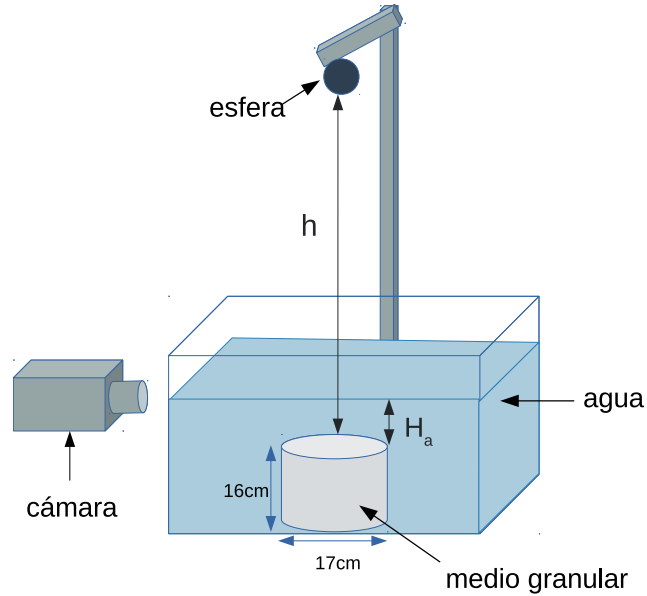


Figura 4.3: Diseño experimental: en un recipiente con agua se introduce un contenedor cilíndrico y se vierte arena hasta llenarlo. Una esfera se libera usando un electroimán y el experimento se filma con una cámara de alta velocidad.

granular y se hunde por completo. En la figura 4.4(b) la esfera cae desde una altura de $h = 163$ cm, debido a que la altura es mayor, existe un arrastre de aire que entra al agua con la esfera, cuando llega a la cama granular impacta y también se hunde.

El proyectil viaja a través del agua antes de impactar en la cama granular, or tal razón es importante conocer el número de Reynolds. Cuando la esfera se deja caer, su velocidad irá aumentando debido a la acción de la gravedad, para conocer la velocidad de la esfera justo antes de impactar en el agua consideramos la altura $h = 125 - 15 = 110$ cm (véase figura 4.3), y la esfera tiene una velocidad $v = \sqrt{2gh} = 4.6$ m/s, para $h = 163 - 15 = 148$ cm la velocidad de la esfera justo antes de impactar es $v = 5.38$ m/s. Con estas velocidades se calculó el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(4.6 \text{ m/s})(0.025 \text{ m})}{0.001 \text{ Ns/m}^2} = 115000. \quad (4.1)$$

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(5.4 \text{ m/s})(0.025 \text{ m})}{0.001 \text{ Ns/m}^2} = 135000. \quad (4.2)$$

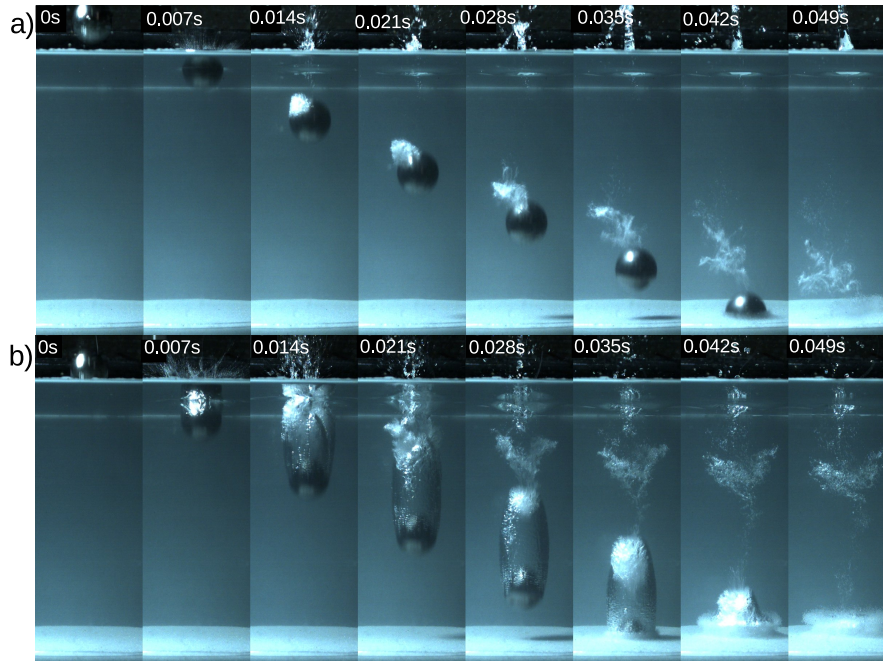


Figura 4.4: Imágenes instantáneas tomadas de los videos con una vista frontal a 1000 cuadros por segundo. (a) la esfera cae desde una altura de $h = 125$ cm, no hay atrapamiento de aire. (b) la esfera cae desde una altura de $h = 163$ cm, se observa un arrastre de aire que entra al agua con la esfera.

El número de Reynolds nos dice como es la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas en un fluido. Se considera un flujo laminar si el número de Reynolds es < 2300 , en este caso la viscosidad domina sobre la fuerza inercial. Para números de Reynolds mayores domina la fuerza inercial y el flujo es turbulento. En los experimentos mostrados en la figura 4.4, correspondientes a las ecuaciones (4.1) y (4.2), el número de Reynolds es > 100000 en ambos casos, es decir, a la velocidad con la que la esfera impacta en el agua se genera fricción en el fluido, lo que produce un flujo turbulento.

Utilizando el software *ImageJ* se hizo un seguimiento de la esfera cayendo dentro del agua. La figura 4.5 muestra la posición de la esfera en función del tiempo, a partir de esta gráfica se encontró la velocidad y la aceleración de la esfera dentro del agua al calcular la primera y segunda derivada.

Es importante conocer la aceleración de la esfera dentro del agua porque así se conoce la fuerza de resistencia ejercida por el agua sobre la esfera para calcular el coeficiente

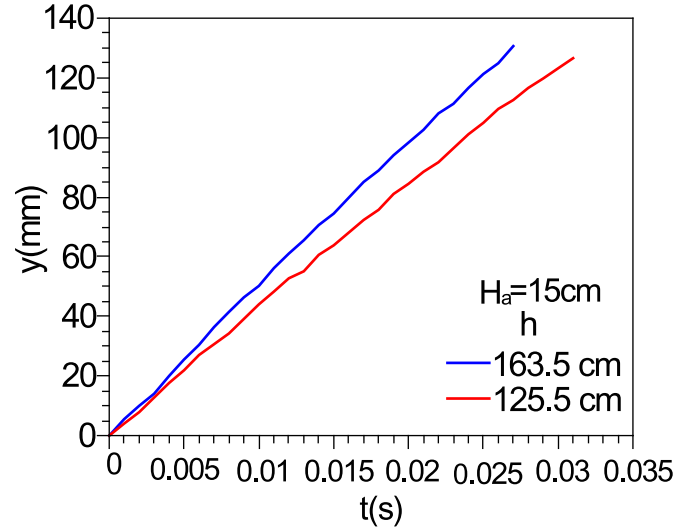


Figura 4.5: Posición del proyectil en función del tiempo una vez que la esfera está completamente dentro del agua, la posición cero es en la superficie del agua

de arrastre, que está dado por:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho v^2 A}, \quad (4.3)$$

donde F_d es la fuerza de resistencia en la dirección de la velocidad del flujo, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad relativa entre el fluido y el proyectil y A es el área transversal del proyectil. De la segunda Ley de Newton $F = m \cdot a$, donde m es la masa y a es la aceleración de la esfera, se calcula la fuerza de resistencia ejercida por el líquido. Para $h = 125$ cm la fuerza de resistencia es:

$$F = m \cdot a = (0.066\text{kg})(21.39\text{m/s}^2) = 1.41\text{kgm/s}^2. \quad (4.4)$$

Sustituyendo en la ecuación (4.3):

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho v^2 A} = \frac{2 \cdot 1.41\text{kgm/s}^2}{1000\text{kg/m}^3 \cdot (4.11\text{m/s})^2 \cdot 0.000503\text{m}^2} = 0.33. \quad (4.5)$$

Para $h = 163$ cm la fuerza de resistencia es:

$$F = m \cdot a = (0.066\text{kg})(28.6\text{m/s}^2) = 1.88\text{kgm/s}^2. \quad (4.6)$$

Sustituyendo en la ecuación (4.3):

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho v^2 A} = \frac{2 \cdot 1.88\text{kgm/s}^2}{1000\text{kg/m}^3 \cdot (4.82\text{m/s})^2 \cdot 0.000503\text{m}^2} = 0.32. \quad (4.7)$$

h (m)	velocidad de impacto (m/s) (aire)	velocidad de impacto (m/s) (agua)
1.25	4.95	3.5
1.63	5.65	4.2

Tabla 4.1: Velocidades de impacto para la esfera cayendo desde una altura h , cayendo en aire y cayendo en agua en los últimos 15 cm de caída (región donde hay agua).

Como se puede observar, en ambos casos el coeficiente de arrastre es $C_d \approx 0.3$, por lo tanto hay una fuerza de arrastre considerable, además como C_d es inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad, al aumentar la altura de impacto el coeficiente de arrastre disminuye. En la segunda columna de la tabla 4.1 se muestra la velocidad de impacto de la esfera si cayera en aire, en la tercera columna se muestra la velocidad de impacto en la cama granular después de viajar a través de 15 cm de agua (obtenida de la primera derivada de la gráfica 4.5). Como se observa la velocidad de impacto se redujo debido a la fuerza de arrastre ejercida sobre la esfera.

En la figura 4.6 se muestran fotografías de los cráteres formados después del impacto de un proyectil, en la figura 4.6(a) se muestra un cráter formado por un proyectil esférico que impacta en materia granular seca, figura obtenida de la referencia [93], se puede observar que el cráter tiene un contorno circular y una forma cónica hacia el interior, en las figuras 4.6(b)-(c) se muestran fotografías del cráter formado por una esfera de acero impactando en el medio granular sumergido, la turbulencia producida por la velocidad de la esfera provoca una modificación de la morfología del cráter, se observa que el contorno del cráter no tiene una forma circular, por lo que no es posible determinar su perfil ni su diámetro con precisión.

Por otro lado, se midió la profundidad como función de h para $H_a = 0$ y 5 cm, cada experimento se repitió cinco veces. Los resultados se muestran en la figura 4.7, al hacer un ajuste, se observa que no escala como una ley de potencias $E^{1/3}$ como los impactos en granos secos y que el exponente cambia dependiendo de H_a . Para $H_a = 0$ cm es igual a 0.62, mientras que para $H_a = 5$ cm el exponente es 0.31, esto nos dice que la cantidad de agua por encima de la cama granular es un factor importante en la profundidad que puede alcanzar el proyectil dentro de la cama granular.

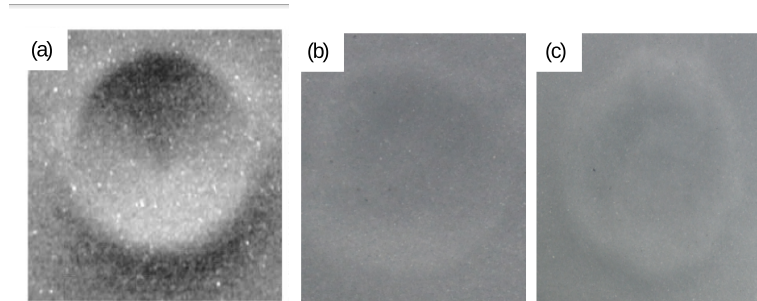


Figura 4.6: Cráteres formados por impacto en un medio granular. (a) En un medio granular seco, figura tomada de la referencia [93]. (b)-(c) En un medio granular sumergido, como puede observarse el cráter no tiene una forma definida.

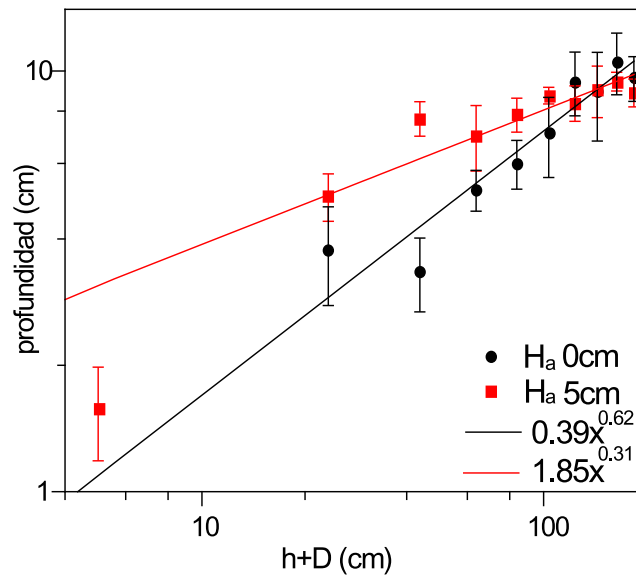


Figura 4.7: Profundidad alcanzada por el proyectil en función de la altura de impacto para dos distintos valores de $H_a = 0$ y 5 cm.

Capítulo 5

Conclusiones

- Al estudiar sistemas de material granular sumergida en líquido (agua en este caso) se pudo comprobar que la existencia de un medio intersticial modifica por completo la dinámica del medio granular. El medio intersticial produce interacciones que no existen en la material granular seca, y la cantidad de líquido contenido se convierte en un factor importante en la dinámica del medio, ya que dependiendo de la cantidad de líquido la dinámica cambia y se observan distintos regímenes.
- En el regimen *inmerso* el principal cambio que produce el medio intersticial es que al estudiar el flujo de granos a través de una abertura, existe ahora una presión hidrostática sobre el medio granular y también una resistencia hidrodinámica debido a los granos, por lo que el flujo de material se modifica, es decir, la cantidad de granos y líquido que se están descargando simultáneamente. Se encontró que estas cantidades que están siendo descargadas son proporcionalmente lineales entre sí. Este estudio nos permitió concluir que en una competencia entre un reloj de arena, un reloj de agua y un dispositivo que sea una combinación de los dos primeros, la descarga de la mezcla de granos con agua es más rápida que la de granos secos pero más lenta que la de agua.
- Si estamos en un regimen capilar, el comportamiento del medio granular se modifica principalmente a través de la formación de puentes líquidos y una triple interfase aire-sólido-líquido, esto induce fuerzas de cohesión entre los granos que cambian las propiedades, por ejemplo, un ángulo de reposo distinto y la formación de pilas granulares imposibles de lograr con granos secos.

- En el caso del impacto de un chorro de granos en una superficie líquida, se induce la formación de burbujas granulares debido a los puentes capilares que se forman entre los granos, el aire contenido en las burbujas y el líquido. Variando la temperatura de agua y utilizando una mezcla agua-etanol con distintas fracciones molares de etanol, se cambiaron las propiedades del líquido (tensión superficial y viscosidad) sistemáticamente, se encontró que la tensión superficial es el parámetro importante en la formación de las burbujas granulares, ya que no se observó una influencia importante al variar la viscosidad.
- Se encontró que el volumen de aire atrapado en las burbujas es proporcional al volumen de granos vertidos y que el aire atrapado se encuentra en el espacio intersticial del chorro de granos colimados antes de impactar en el líquido, por lo cual a medida que aumenta el tamaño de grano y el chorro de granos se dispersa, la cantidad de aire atrapado disminuye.
- En el impacto de una esfera en un medio granular inmerso, se encontró que no hay formación de cráteres. Se midió la profundidad que alcanzó la esfera y se observó que no sigue la ley de potencias que sigue cuando el medio granular está seco.
- Estudiar estos sistemas nos ha permitido estudiar un área de la física de materia granular que ha sido muy poco explorada y nos ha llevado a encontrar nuevos resultados que son un parteaguas para nueva investigación, por ejemplo, para estudiar el flujo de lodos o sedimentos de materiales. También el encapsulado y transporte de aire, así como la formación de espumas estables y con tamaños de burbujas que se puedan controlar, pues aquí presentamos una manera en la que podemos obtener burbujas granulares de tamaños deseados simplemente cambiando el tamaño de grano. Una continuación de este trabajo podría ser cambiar el líquido con el que se realizaron los experimentos, ya que en este trabajo sólo se utilizó agua. También darle algún tratamiento a las partículas para cambiar las propiedades de la superficie de los granos y observar como esta modificación cambia la dinámica de los experimentos. Finalmente, realizar el impacto del proyectil en un medio granular sumergido de una forma más precisa y sistematizada puede ser una continuación inmediata de este trabajo.

Apéndice A

Números adimensionales

En diversas áreas de la física y la ingeniería se utilizan *números adimensionales* los cuales son conjuntos de variables que permiten estimar órdenes de magnitud acerca del comportamiento de algún sistema. Generalmente se obtienen combinando coeficientes de ecuaciones diferenciales y la mayoría de las veces son comparaciones entre dos cantidades físicas. También reducen el número de variables que describen un sistema, reduciendo la cantidad de datos experimentales requeridos para hacer correlaciones de fenómenos físicos a sistemas escalables. El uso de números adimensionales también permite estimar que efectos o fuerzas son importantes o cuales se pueden despreciar sin ningún problema al hacer un modelo. Otro beneficio de trabajar con estos, es que permiten comparar sistemas que tienen escalas distintas, ya que al no tener dimensiones se puede hacer una comparación simplemente viendo el valor de los números adimensionales. A continuación se describen algunos números adimensionales que son útiles cuando se estudian medios granulares sumergidos en un líquido, donde las principales fuerzas que actúan son la fuerza capilar, la inercia, la fuerza de gravedad, debido a que estas interacciones son las que dominan a lo largo de este trabajo.

Número de Froude. Para estimar el efecto de la gravedad comparado con la fuerza inercial, se define como la razón entre la inercia y la gravedad. La fuerza de gravedad g no es despreciable, particularmente en sistemas geológicos, el valor de g introduce un tiempo, longitud L o velocidad característica v al sistema así como dirección [94].

$$Fr = \frac{v^2}{gL} \quad (\text{A.1})$$

Número de Weber. Es un número adimensional donde la presión capilar es

relevante, el estrés inercial ρv^2 es dividido por la presión de Laplace, a escalas pequeñas, la tensión superficial debe considerarse. Es importante mencionar que el límite superior de la escala de longitud para fenómenos capilares se deriva de la relación entre la tensión superficial y la gravedad, es decir la longitud capilar. ρ es la densidad, v la velocidad y σ la tensión superficial del fluido, L es una longitud característica .

$$We = \frac{\rho v^2 L}{\sigma} \quad (\text{A.2})$$

Número capilar. Evalúa la competencia entre las fuerzas viscosas y capilares. En el régimen de números capilares grandes la viscosidad domina y el efecto capilar es despreciable. Aquí μ es la viscosidad dinámica, v es una velocidad característica y σ la tensión superficial del líquido.

$$Ca = \frac{\mu v}{\sigma} \quad (\text{A.3})$$

Número de Reynolds. Relaciona las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas.

$$Re = \frac{We}{Ca} = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (\text{A.4})$$

Número de Ohnesorge. Se utiliza cuando el efecto de la densidad es más importante que el efecto de la velocidad. Para números de Ohnesorge pequeños domina el efecto capilar, para números grandes domina la viscosidad. Nótese que el efecto capilar está limitado por la longitud capilar λ_c . Si la longitud característica es considerablemente mayor que λ_c el sistema está gobernado por efectos de la gravedad y no por fuerzas capilares.

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma L}} \quad (\text{A.5})$$

Número de Bond. Es la razón entre la gravedad y la fuerza capilar. Para números de Bond grandes la gravedad domina el comportamiento del sistema.

$$Bo = \frac{\rho g L^2}{\sigma} \quad (\text{A.6})$$

En la tabla A.1 se resumen las expresiones matemáticas de estos números adimensionales.

Número	Fuerzas que relaciona	Expresión matemática
Froude	$Fr = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerza de gravedad}}$	$Fr = \frac{v^2}{gL}$
Weber	$We = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Tensión superficial}}$	$We = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$
Capilar	$Ca = \frac{\text{Fuerzas viscosas}}{\text{Tensión superficial}}$	$Ca = \frac{\mu v}{\sigma}$
Reynolds	$Re = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}}$	$Re = \frac{We}{Ca} = \frac{\rho v L}{\mu}$
Ohnesorge	$Oh = \frac{\text{Fuerzas viscosas}}{\text{Tensión superficial}}$	$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma L}}$
Bond	$Bo = \frac{\text{Fuerza gravitacional}}{\text{Tensión superficial}}$	$Bo = \frac{\rho g L^2}{\sigma}$

Tabla A.1: Números adimensionales.

Apéndice B

Ecuación de Janssen

Janssen propuso un modelo heurístico basado en la *mecánica de medios continuos* en el año de 1895. Su punto inicial fue la observación de que un medio granular tiene una marcada predisposición en redirigir las fuerzas aplicadas verticalmente hacia los lados. El modelo fue elaborado unos años después por Lord Rayleigh [2]. Se presenta a continuación.

Se considera una capa de grosor dh situada a una altura h en un cilindro de área superficial A y perímetro P como se muestra en la figura B.1, tal que está en equilibrio bajo los efectos combinados de varias fuerzas. Debido a que la presión aumenta con la profundidad conviene escribir $h = 0$ en la parte superior del contenedor y $h > 0$ hacia el fondo, la capa de interés experimenta una fuerza hacia arriba igual a Adp_v .

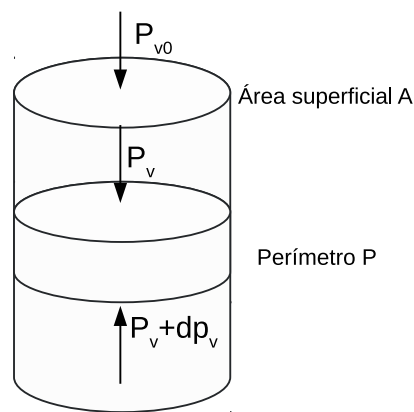


Figura B.1: Fuerzas actuando en una capa de material granular dentro de un cilindro.

El peso de la capa ejerce una fuerza dirigida hacia abajo igual a $\rho g d A h$ donde ρ es la densidad volumétrica del material, se asume que es constante en todo la capa.

Las fuerzas de fricción con los muros que resultan del movimiento infinitesimal de la capa hacia abajo son direccionadas hacia arriba. Esta no es una elección arbitraria, equivale a asumir que el material se asienta lentamente bajo la acción de la gravedad.

La condición de equilibrio para la capa es

$$A dp_v + K \mu_s P p_v dh = \rho g A dh \quad (\text{B.1})$$

la fuerza vertical p_v ejercida en esta capa en una profundidad particular h es igual a

$$F_v = p_v A = \frac{mg}{\chi} (1 - e^{-\chi}) \quad (\text{B.2})$$

donde $\chi = (Ph/A) K \mu_s$ es el parámetro de descompactación (un número adimensional que caracteriza completamente la distribución de fuerzas en una pila cilíndrica). Ph representa el área superficial vertical externa del contenedor.

Mediante los efectos combinados de la interacción entre las partículas y la fricción con los muros, el peso aparente de la columna cilíndrica se reduce por un factor que depende solamente del parámetro de descompactación χ .

La ecuación B.2 nos dice que cuando se tiene material granular en un contenedor, la fuerza vertical ejercida sobre una capa crece con la altura de la columna de material que por encima de dicha capa, hasta que alcanza un longitud característica de saturación, es decir que la presión no crece con la altura como en el caso hidrostático.

Así, el efecto Janssen esta relacionado con la descarga de un silo, cuando este se descarga por gravedad, la velocidad de flujo no depende de la altura de la capa granular. De hecho cuando el grosor de la capa es mayor que un valor cercano a 1.2 veces el diámetro del silo, la presión en el fondo del silo satura y por lo tanto la velocidad de flujo permanece constante. En una aproximación de primer orden también se ha mostrado que la velocidad de flujo es independiente del diámetro del silo.

Apéndice C

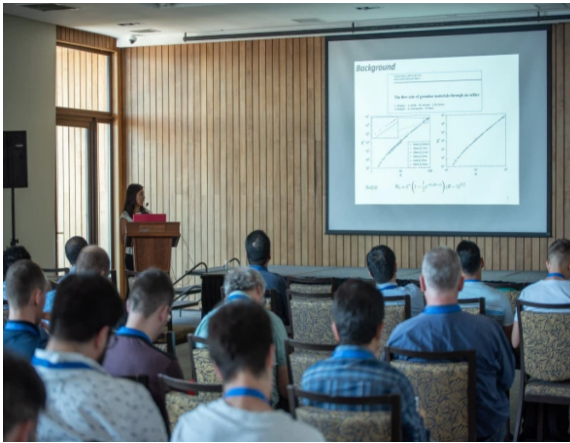
Publicaciones y participación en eventos

Publicaciones

- A. M. Cervantes-Álvarez, S. Hidalgo-Caballero, F. Pacheco-Vázquez, “The simultaneous discharge of liquid and grains from a silo”, *Physics of Fluids*, 30, 043302, p. 1-6 (2018).
- A. M. Cervantes-Álvarez, Y. Escobar-Ortega, F. Pacheco-Vázquez, “Air entrainment and granular bubbles generated by a jet of grains entering water”, *Journal of Colloid and Interface Science*, 574, p. 285292 (2020).

Participación en eventos

- Escuela de verano *Hands-On Research in Complex Systems*, Trieste, Italia, 2017.
- 4° Taller de Materia Blanda, Veracruz , México, 2017.
- Plática oral “The simultaneous discharge of liquid and grains from a silo”, A. M. Cervantes-Álvarez, S. Hidalgo-Caballero, F. Pacheco-Vázquez, Southern Workshop on Granular Materials, Puerto Varas, Chile (2018).





The simultaneous discharge of liquid and grains from a silo

A. M. Cervantes-Álvarez, S. Hidalgo-Caballero, and F. Pacheco-Vázquez^{a)}

Instituto de Física, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal J-48, Puebla 72570, Mexico

(Received 15 January 2018; accepted 15 March 2018; published online 3 April 2018)

The flow rate of water through an orifice at the bottom of a container depends on the hydrostatic pressure whereas for a dry granular material it is nearly constant. But what happens during the simultaneous discharge of grains and liquid from a silo? By measuring the flow rate as a function of time, we found that (i) different regimes appear, going from the constant flow rate to a hydrostatic-like discharge depending on the aperture size and grain diameter, (ii) the mixed material is always discharged faster than dry grains but slower than liquid, (iii) for the mixture, the liquid level drops faster than the grain level, but they are always linearly proportional to one another, and (iv) a sudden growth in the flow rate happens during the transition from a biphasic discharge to a single phase discharge. These results are associated to the competition between the decrease in hydrostatic pressure above the granular bed and the hydrodynamic resistance. A model combining Darcy's law with Bernoulli and mass conservation equations is proposed, and the numerical results are in good agreement with experiments. *Published by AIP Publishing.* <https://doi.org/10.1063/1.5022485>

INTRODUCTION

The clepsydra was an ancient device used to measure the passage of time based on the slow discharge of water through an orifice at the bottom of a graduated vessel. Its origin is unknown, but presumably it appeared in China about six thousand years ago.¹ The markings in this antiquity are non-uniformly separated since the flow rate depends on the hydrostatic pressure due to the water column above the orifice. On the other hand, the clepsamma, or sandglass, appeared millennia later probably in Alexandria,² although evidence of its origin only dates from the Middle Ages.³ In this device, the flow rate of grains through the bottleneck is independent of the granular column height because the stress acting on the material is redirected toward the container walls through contact force chains. This fact attracted scientists during the last 60 years, with the discharge of dry granular materials from hoppers being widely investigated.^{4–11}

The flow rate Q_g of dry grains through an orifice can be estimated using the Beverloo equation,⁴

$$Q_g = C\rho\sqrt{g}(D - kd)^{5/2}, \quad (1)$$

where D and d are the opening size and the grain diameter, C and k are the dimensionless fitting parameters related to friction and particle shape, ρ is the bulk density of the bed, and g is the acceleration of gravity. The above equation must be modified by introducing an exponential factor when the ratio D/d is considerably increased.⁸ More recently, experiments performed at different g 's proved that the square root scaling proposed by Beverloo is relevant.¹⁰ It has also been found that the initial packing fraction of the granular column does not affect considerably the flow rate^{11–13} because the material under discharge is fluidized before reaching the silo aperture.¹¹

^{a)}Author to whom correspondence should be addressed: fpacheco@ifuap.buap.mx

Even in unconventional systems of repelling particles, Q_g is constant during the discharge.^{14,15}

In all the above studies, the interstitial medium is air and its presence was neglected or assumed to be equivalent to the discharge of dry grains in vacuum. Only recently, the discharge of silos totally submerged in water was considered.^{16–18} Under these conditions, the flow rate is not constant unless the filling height is very large and increases as the hopper empties. An unexpected surge in the flow rate appears near the end of the discharge, which is attributed to a pumping effect produced by the interstitial fluid moving faster than the grains. In flow-controlled experiments, the surge disappears and the flow rate becomes constant.¹⁸

In this article, we study the simultaneous discharge of glass beads and water from a cylindrical silo. An important difference with previous studies is that our system is not underwater, but it hangs freely in air from a force sensor that allows us to measure the mass flow rate Q throughout the emptying process. We found that Q can be constant, increase, or decrease as the silo empties depending on d , D , and the size of the liquid column above the granular bed. The surge previously reported in underwater systems is also observed, and it precedes an abrupt increase in the flow rate at the transition from the mixed phase to the pure liquid phase. The water level always decreases proportionally to the grain level, and this dependence is introduced in the Bernoulli equation using Darcy's law to model the discharge.

EXPERIMENTAL SETUP

The silo consists of a transparent cylindrical container of 4.4 cm inner diameter and 60 cm high with an interchangeable acrylic flat bottom that allows us to vary the aperture size in four different values $D = 3.1, 4.3, 5.4, \text{ and } 6.3 (\pm 0.01)$ mm. The container hangs vertically from a fixed Force Gauge Omega DFG-335 as it is schematically shown in Fig. 1(a).

Journal of Colloid and Interface Science 574 (2020) 285–292



Contents lists available at ScienceDirect

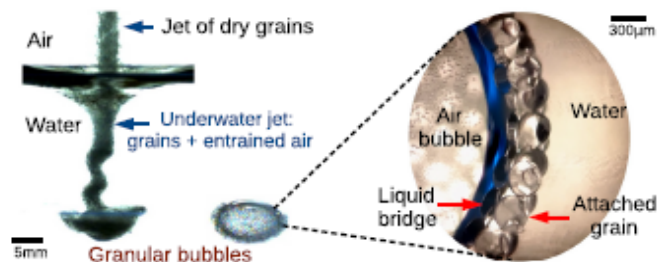
Journal of Colloid and Interface Science

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jcis

Air entrainment and granular bubbles generated by a jet of grains entering water

A.M. Cervantes-Álvarez^a, Y.Y. Escobar-Ortega^a, A. Sauret^b, F. Pacheco-Vázquez^{a,*}^aInstituto de Física, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal J-48, Puebla 72570, Mexico^bDepartment of Mechanical Engineering, University of California, Santa Barbara, CA, 93106 USA

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:
Received 8 February 2020
Revised 1 April 2020
Accepted 2 April 2020
Available online 14 April 2020

Keywords:
Granular jet
Air entrainment
Bubbles
Coalescence
Gas storage
Bubble stabilization
Granular encapsulation
Self-assembled structures

ABSTRACT

Hypothesis: A water jet penetrating into a water pool produces air entrainment and bubbles that rise to the surface and disintegrate. A similar scenario can be expected when a granular jet enters into water. This phenomenon is common in natural and industrial processes but remains so far unexplored.

Experiments: A collimated jet of monodisperse silica beads was poured into water and the process was filmed with a high-speed camera. The grain size, jet impact velocity, and the liquid physical properties were systematically varied.

Findings: For grains of ~50–300 µm in diameter, the granular jet deforms the air-water interface, penetrates the pool and produces air entrainment. Most of the entrained air is contained in the interstitial space of the jet, and its volume is linearly proportional to the volume of grains. The bubbles formed in this process are covered by a layer of grains attached to the bubble air-water interface due to capillary-induced cohesion. These “granular bubbles” are stable over time because the granular shell prevents coalescence and keeps the air encapsulated, either if the bubbles rise to the surface or sink to the bottom of the pool, which is determined by the competition of the buoyancy and the weight of the assembly.

© 2020 Elsevier Inc. All rights reserved.

1. Introduction

Air entrainment produced by a water jet penetrating into a water reservoir is a common phenomenon in nature. For instance,

* Corresponding author.
E-mail address: fpacheco@ifuap.buap.mx (F. Pacheco-Vázquez).

Bibliografía

- [1] H. M. Jaeger, N. R. Sidney, R. P. Behringer, “Granular solids, liquids, and gases”, *Reviews of Modern Physics* **68**, 1259 (1996).
- [2] J. Duran, “Sands, Powders and Grains, An Introduction to the Physics of Granular Materials” , Springer-Verlag New York Inc., (2000).
- [3] express.co.uk/news/science/1148957/nasa-news-saturn-ring-desappearing-rapid-rate-ring-rain-cassini-spt
- [4] http://sistemaagricola.com.mx/blog/semillas-certificadas-alta-calidad__trashed/
- [5] <https://www.pexels.com/photo/sea-water-ocean-winter-48823/>
- [6] <http://masdemx.com/2017/06/dunas-de-yeso-coahuila-desierto-blanco/>
- [7] M. Scheel, R. Seemann, M. Brinkmann, M. D. Michiel, A. Sheppard, B. Breidenbach, y S. Herminghaus, “Morphological clues to wet granular pile stability”, *Nature Materials* **7**, (2008).
- [8] F. Pacheco-Vázquez, F. Moreau, N. Vandewalle, and S. Dorbolo, “Sculpting sandcastles grain by grain: Self-assembled sand towers”, *Phys. Rev. E* **86**, 051303 (2012).
- [9] <https://feelgoodandtravel.com/2019/01/27/how-to-build-a-sandcastle/>
- [10] P. Gilles, F. Brochard, P. Queré, “Capillarity and Wetting Phenomena. Drops, Bubbles, Pearls, Waves”, Springer (2004).
- [11] N. Mitarai and F. Nori, “Wet granular materials”, *Adv. Phys.* **55**, 1 (2006).
- [12] A. Kudrolli, “Sticky sand”, *Nature materials* **7**, (2008).

-
- [13] A. Samadani, A. Kudrolli, “Angle of repose and segregation in cohesive granular matter”, *Phys. Rev. E* **64**, 051301 (2001).
- [14] D. J. Hornbaker, R. Albert, I. Albert, A.-L. Barabási, P. Schiffer, “What keeps sandcastles standing?”, *Nature* **387**, (1997).
- [15] P. C. Carman , “Fluid flow through granular beds”, *Trans. Instn. Chem. Engrs.* **1**, (1937).
- [16] W. A. Beverloo, H. A. Leniger, and J. van de Velde, “The flow of granular solids through orifices”, *Chem. Eng. Sci.* **15**, 260 (1961).
- [17] A. Samadani, A. Pradhan, and A. Kudrolli, “?Size segregation of granular matter in silo discharges”, *Phys. Rev. E* **60**, 7203 (1999).
- [18] I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza, L. A. Pugnaloni, and J. M. Pastor, “Jamming during the discharge of granular matter from a silo”, *Phys. Rev. E* **71**, 051303 (2005).
- [19] C. Mankoc, A. Janda, R. Arévalo, J. M. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza , “The flow rate of granular materials through an orifice”, *Granular Matter* **9**, 407 (2007).
- [20] H. Ahn, Z. Basaranoğlu, M. Yilmaz, A. Buutekin, and M. Zafer Gl, “Experimental investigation of granular flow through an orifice”, *Powder Technol.* **186**, 65 (2008).
- [21] R. O. Uñac, A. M. Vidales, and L. A. Pugnaloni, “The effect of the packing fraction on the jamming of granular flow through small apertures”, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.*, P04008, (2012).
- [22] S. Dorbolo, L. Maquet, M. Brandenbourger, F. Ludewig, G. Lumay, H. Caps, N. Vandewalle, S. Rondia, M. Mélard, J. van Loon, A. Dowson, S. Vincent-Bonnieu, “Influence of the gravity on the discharge of a silo”, *Granular Matter* **15**, 263 (2013).
- [23] H. A. Janssen, *Z. Vereins Deutsch Ing.* **39**, 1045 (1895).
- [24] M. Sperl, “Experiments on corn pressure in silo cells -translation and comment of Janssen’s paper from 1895”, *Granular Matter* **8**, 59065 (2006).

- [25] F. Pacheco-Vázquez, A. Y. Ramos-Reyes, S. Hidalgo-Caballero, “Surface depression with double-angle geometry during the discharge of grains from a silo”, *Phys. Rev. E* **96**, 022901 (2017).
- [26] D. Huang, G. Sun, and K. Lu, “Relationship between the flow rate and the packing fraction in the choke area of the two-dimensional granular flow”, *Phys. Rev. E* **74**, 061306 (2006).
- [27] G. Lumay, J. Schockmel, D. Henndez-Enrquez, S. Dorbolo, N. Vandewalle, F. Pacheco-Vzquez, “Flow of magnetic repelling grains in a two-dimensional silo, *Pap. Phys.* **7**, 070013 (2015).
- [28] D. Hernández-Enríquez, G. Lumay, and F. Pacheco-Vazquez, “Discharge of repulsive grains from a silo: Experiments and simulations”, *EPJWeb Conf.* **140**, 03089 (2017).
- [29] T. Wilson, C. Pfeifer, N. Mesyngier, D. Durian, “Granular discharge rate for submerged hoppers”, *Pap. Phys.* **6**, 060009 (2014).
- [30] J. Koivisto, D. J. Durian, “The sands of time run faster near the end”, *Nat. Commun.* **8**, 15551 (2017).
- [31] <http://infusionistas.com/proceso-del-cafe/>
- [32] <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=15437>
- [33] <https://www.redbull.com/au-en/is-this-boat-going-to-change-the-superbank>
- [34] C. van Benthuisen, “Annual Report of the American, Institute of the City of New York”, American Institute of the City of New York, p. 104, (1870).
- [35] R. T. Balmer, “The operation of sand clocks and their medieval development”, *Technol. Cult.* **19**, 615 (1978).
- [36] A. A. Mills et al., “Mechanics of the sandglass”, *Eur. J. Phys.* **17**, 97 (1996).
- [37] <https://www.ecured.cu/Clepsidra>
- [38] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wooden_hourglass_3.jpg

-
- [39] B. Ambravaneswaran, H. J. Subramani, S. D. Phillips, O. A. Basaran, “Dripping-jetting transitions in a dripping faucet”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 034501 (2004).
- [40] G. Saingier, A. Sauret, P. Jop, “Accretion dynamics on wet granular materials”, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 208001 (2017).
- [41] R. J. Furbank, J. F. Morris, “An experimental study of particle effects on drop formation”, *Phys. Fluids* **16**(5), 1777-1790 (2004).
- [42] I. E. Zarraga, D. A. Hill, D. T. Leighton, “The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids”, *J. Rheol.* **44**, 185 (2000).
- [43] C. Bonnoit, T. Bertrand, E. Clément, A. Lindner, “Accelerated drop detachment in granular suspensions”, *Phys. Fluids* **24**, 043304 (2012).
- [44] H.N. Oguz, A. Prosperetti, “Bubble entrainment by impact of drops on liquid surfaces”, *J. Fluid Mech.* **219**, 143-179, (1990).
- [45] H. N. Oguz, A. Prosperetti, A. Kolaini, “Air entrapment by a falling water mass”, *J. Fluid Mech.* **294**, 181-207, (1995).
- [46] X F Ge et al., “Study on pressure drop and cavitation performance of rotating disk at different speeds”, *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **163**, 012099 (2018).
- [47] “Handbook of industrial water treatment, General Electric Company”, 1997-2012.
- [48] L.A. del Castillo, S. Ohnishi, R.G. Horn, “Inhibition of bubble coalescence: Effects of salt concentration and speed of approach”, *Journal of Colloid and Interface Science* **356**, 316-324, (2011).
- [49] K. T. Kiger, J. H. Duncan, “Air-Entrainment Mechanisms in Plunging Jets and Breaking Waves”, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **44**, 563-596, (2012).
- [50] H.N. Oguz, A. Prosperetti, A. Lezzi, “Examples of air-entraining flows”, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* **4**, 649-651, (1992).
- [51] A.K. Bin, “Gas entrainment by plunging liquid jets”, *Chemical Engineering Science* **48** (21), 3585-3630, (1993).

- [52] M. El Hammoumi, J. L. Achard, L. Davoust, “Measurements of air entrainment by vertical plunging liquid jets”, *Exp. Fluids* **32**, 624-38, (2002).
- [53] E. J. McKeogh, D. A. Ervine, “Air entrainment rate and diffusion pattern of plunging liquid jets”, *Chem. Eng. Sci.* **36**, 1161-72, (1981).
- [54] J. Ciborowski, A. Bin, “Minimum entrainment velocity for free liquid jets”. *Inz. Chem* **2**, 557-77, (1972).
- [55] J.M. Aristoff, J.W.M. Bush, “Water entry of small hydrophobic spheres”, *Journal of Fluid Mechanics* **619**, 45-78, (2009).
- [56] D. Vella, “Floating Versus Sinking”, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **47**, 115-135, (2015).
- [57] S. Viroulet, A. Sauret, O. Kimmoun, “Tsunami generated by a granular collapse down a rough inclined plane”, *EPL* **105**, 34004 (2014).
- [58] M. Pakpour, M. Habibi, P. Moller, D. Bonn, “How to construct the perfect sandcastle”, *Scientific Reports* **2**, 549 (2012).
- [59] Y. Timounay, O. Pitois, F. Rouyer, “Gas Marbles: Much Stronger than Liquid Marbles”, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 228001 (2017).
- [60] P. Aussillous, D. Quere, “Liquid Marbels”, *Nature* **411**, 924 (2001).
- [61] L. Mahadevan, Y. Pomeau, “Rolling droplets”. *Phys. Fluids* **11**, 2449-2453 (1999).
- [62] A. B. Subramaniam, M. Abkarian, L. Mahadevan, H. A. Stone, “Colloid science: Non-spherical bubbles”, *Nature* **438**(7070), 930 (2005).
- [63] M. Abkarian, A. B. Subramaniam, S-H Kim, R. J. Larsen, S-M Yang, H. A. Stone, “Dissolution Arrest and Stability of Particle-Covered Bubbles”, *Phys. Rev. Lett* **99**, 188301 (2007).
- [64] A. Bala Subramaniam, M. Abkarian, H. A. Stone, “Controlled assembly of jammed colloidal shells on fluid droplets”, *Nature Mater.* **4**, 553-556 (2005)
- [65] M. Abkarian, S. Protiere, J. M. Aristoff, H. A. Stone, “Gravity-induced encapsulation of liquids by destabilization of granular rafts”, *Nature Comms.* **4**, 1895 (2013).

- [66] S. Protiere, C. Josserand, J. M. Aristoff, H. A. Stone, M. Abkarian, “Sinking a Granular Raft”, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 108001 (2017).
- [67] Y. Yang, Z. Fang, X. Chen, W. Zhang, Y. Xie, Y. Chen, Z. Liu, W. Yuan, “An Overview of Pickering Emulsions: Solid-Particle Materials, Classification, Morphology, and Applications”, *Front. Pharmacol.* **8**, 287 (2017).
- [68] E. Bormashenko, “Liquid marbles: Properties and applications”, *Current Opinion in Colloid and Interface Science* **16**, 4 (2011).
- [69] G.Wang et. al., “A review of the mechanisms and models of bubble-particle detachment in froth flotation”, *Separation and Purification Technology* **170**, 155-172 (2016).
- [70] R. Pashley, M.Karaman, “Applied Colloid and Surface Chemistry”, Jhon Wiley and Sond Ltd, pp. 168-169 (2004).
- [71] A. K. Singhal, P.M. Dranchuk, “Wettability control of glass beads”, *Ca. J. Chem. Eng.* **53**, (1975).
- [72] L.Holland, “Properties of Glass Surfaces”, Wiley, New York, 359(1964).
- [73] N. B. Vargaftik, B. N. Volkov, L. D. VoljakJ, “International Tables of the Surface Tension of Water”, *Phys. Chem. Ref. Data*, **12**, No.3 (1983).
- [74] L. Korson, W. Drost-Hansen, F. J. Millero, *The Journal of Physical Chemistry*, **73**, 34-39 (1969).
- [75] I. S. Khattab, F. Bandarkar, M. A. A. Fakhree, and A. Jouyban, *Korean J. Chem. Eng.* **29**(6), 812-817 (2012).
- [76] Z.-H. Shi, W.-F. Li, W.-W- Qian, H.-F. Liu, F.-C. Wang, “Liquid-like granular film from granular jet impact”, *Chem. Eng. Sci.* **162**, 1-9 (2017).
- [77] G. Prado, Y. Amarouchene, H. Kellay, “Experimental evidence of a Rayleigh-Plateau instability in free falling granular jets”, *Phy. Rev. Lett.* **106**, 198001 (2011).
- [78] G. Wang, D. Feng, A. Nguyen, G. M. Evans, “The dynamic contact angle of a bubble with an immersed-in-water particle and its implications for bubble-particle detachment”, *Int. J. Miner. Process.* **151**, 22-32 (2016-2).

- [79] A. M. Cervantes-Álvarez, S. Hidalgo-Caballero, F. Pacheco-Vázquez, “The simultaneous discharge of liquid and grains from a silo”, *Physics of Fluids* **30**, 043302 (2018).
- [80] E. Villermaux, “Fragmentation”, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **39**, 419-446 (2007).
- [81] J. Zawala, K. Malysa, “Influence of the impact velocity and size of the film formed on bubble coalescence time at water surface”, *Langmuir* **27**(6), 2250-2257, (2011).
- [82] B. P. Binks, Anais Rocher, “Stabilisation of liquid-air surfaces by particles of low surface energy”, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **12**, 9169-9171, (2010).
- [83] Du et al., “Outstanding Stability of Particle-Stabilized Bubbles”, *Langmuir* **19** 8, 3106-3108, (2003).
- [84] R. Hooke, “*Micrographia*”, Dover, New York, (1961).
- [85] R. A. Proctor, “in *The Moon: Her Motions, Aspect, Scenery, and Physical Condition*”, Alfred Brothers, Manchester, (1873).
- [86] J. S. Uehara, M. A. Ambroso, R. P. Ojha, D. J. Durian, “Low-Speed Impact Craters in Loose Granular Media”, *Phy. Rev. Lett.* **90**19, (2003).
- [87] F. Pacheco-Vázquez, J. C. Ruiz-Suárez, “Impact Craters in Granular Media: Grains against Grains”, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 218001 (2011).
- [88] F. E. Loranca-Ramos, J. L. Carrillo-Estrada, F. Pacheco-Vázquez, “Craters and Granular Jets Generated by Underground Cavity Collapse”, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 028001 (2015).
- [89] F. Pacheco-Vázquez, A. Tacumá, and J. O. Marston, “Craters produced by explosions in a granular medium”, *Phys. Rev. E* **96**, 032904 (2017).
- [90] T. Sabuwala, C. Butcher, G. Gioia, P. Chakraborty, “Ray Systems in Granular Cratering”, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 264501 (2018).
- [91] F. Pacheco-Vázquez, “Ray Systems and Craters Generated by the Impact of Nonspherical Projectiles”, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 164501 (2019).

- [92] J. O. Marston, I. U. Vakarelski, S. T. Thoroddsen, “Sphere impact and penetration into wet sand”, *Phys. Rev. E* **86**, 020301(R) (2012).
- [93] A. M. Walsh, K. E. Holloway, P. Habdas, J. R. de Bruyn, “Morphology and Scaling of Impact Craters in Granular Media”, *Phys Rev Lett.* **91**(10), 104301 (2003).
- [94] H. Katsuragi, “Physics of Soft Impact and Cratering”, Springer, Japan (2016).